

# OBSAH

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Úvod .....</b>  | <b>3</b>  |
| 1.1 Cíle modulu .....  | 3         |
| 1.2 Požadované znalosti .....  | 3         |
| 1.3 Doba potřebná ke studiu .....  | 3         |
| 1.4 Abstrakt modulu .....  | 3         |
| 1.5 Klíčová slova .....  | 4         |
| <b>2 Analýza dopravního systému .....</b>  | <b>7</b>  |
| 2.1 Mikrostruktura dopravního vzorku .....   | 7         |
| 2.2 Znaky dopravního systému .....   | 7         |
| 2.2.1 Interakce v dopravním proudu .....   | 7         |
| 2.2.2 Saturace a desaturace dopravního proudu .....  | 8         |
| 2.2.3 Dopravní monitoring .....  | 9         |
| 2.2.4 Trajektorie vozidel při dopravní kongesci .....  | 11        |
| 2.3 Dopravní veličiny .....  | 11        |
| <b>3 Pravděpodobnostní popis mikrostruktury dopravního vzorku .....</b>                          | <b>13</b> |
| 3.1 Hustota pravděpodobnosti a distribuční funkce dopravních mikroveličin .....                  | 13        |
| 3.1.1 Obecné vlastnosti hustoty pravděpodobnosti .....   | 13        |
| 3.1.2 Obecné vlastnosti distribuční funkce .....   | 13        |
| 3.1.3 Empirické vlastnosti hustoty pravděpodobnosti pro prostorovou světlost .....               | 14        |
| 3.1.4 Heavisideova skoková funkce .....  | 14        |
| 3.1.5 Rozdělení odstupů pro nekorelované jevy .....  | 15        |
| 3.2 Empirická studie prostorové světlosti .....  | 15        |
| <b>4 Socio-dynamický dopravní model s krátkodosahovou repulzí .....</b>                          | <b>20</b> |
| 4.1 Formulace modelu .....   | 20        |
| 4.2 Numerická reprezentace dopravního modelu .....   | 21        |
| 4.2.1 Algoritmus Metropolis .....  | 21        |
| 4.2.2 Termální rovnováha a její charakteristiky .....  | 22        |
| 4.3 Analýza mikrostruktury dopravního plynu v termální rovnováze .....                           | 22        |
| 4.3.1 Histogram hustoty pravděpodobnosti pro škálovanou prostorovou světlost .....               | 23        |
| 4.3.2 Změny rozdělení vzdáleností mezi částicemi v závislosti na hodnotě parametru $\beta$ ..... | 23        |
| 4.4 Analytické tvary hustoty pravděpodobnosti pro světlost .....                                 | 27        |
| 4.5 Srovnání empirických dopravních dat s teoretickou předpovědí .....                           | 29        |
| <b>5 Analýza inverzní termodynamické teploty reálného dopravního systému .....</b>               | <b>34</b> |
| 5.1 Detekce sociálních repulzí .....   | 34        |
| 5.1.1 Metodika detekce optimální distribuční funkce .....  | 34        |
| 5.1.2 Změny rozdělení vzdáleností v závislosti na hustotě provozu .....                          | 34        |



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 5.1.3    | Změny rozdělení vzdáleností v závislosti na hustotě provozu a dopravním toku ..... | 35        |
| <b>6</b> | <b>Shrnutí, literatura a sumarizační autotest.....</b>                             | <b>37</b> |
| 6.1      | Shrnutí .....  | 37        |
| 6.2      | Literatura .....   | 37        |
| 6.3      | Autotest.....  | 39        |

# 1 Úvod



## 1.1 Cíle modulu

Cílem tohoto modulu je rozšířit základní znalosti o zákonitostech chování dopravních proudů. Bude se jednat především o rozšíření znalostí o makroskopickém chování automobilové dopravy a empirickou a teoretickou studii dopravní mikrostruktury. Dále bude představen socio-fyzikální dopravní model, jenž produkuje statistická rozdělení dopravních mikroveličin korespondující s empirickými distribucemi detekovanými přímým dopravním měřením. Cílem je seznámit se specifickým rozmístěním vozidel na vozovce v závislosti na dopravní hustotě a dopravním toku a toto rozmístění kvantifikovat vhodnými hustotami pravděpodobnosti.

## 1.2 Požadované znalosti

Probíraná látka předpokládá základní znalosti z předmětů:

- Matematická analýza
- Teorie pravděpodobnosti a statistiky
- Teorie dopravních toků
- Obecná a statistická fyzika



## 1.3 Doba potřebná ke studiu

Předpokládaná doba ke studiu je cca 24 hodin pro nastudování učebního textu a dále 2 hodiny na zodpovězení kontrolních otázek. Na závěr je doporučeno zhodnotit získané znalosti formou autotestu.



## 1.4 Abstrakt modulu

Čtenář je nejprve seznámen s obecnou teorií dopravních toků s akcentem na mikroskopické dopravní modelování založené na principech socio-fyzikálních krátkodosahových interakcí. Dále jsou diskutovány principy vyhodnocování empirických dopravních dat statistickými metodami. Po samotné analýze dopravní mikrostruktury je formulován termodynamický model prioritně zaměřený na predikci tzv. headway-statistik. Po matematicko-socio-fyzikální formulaci modelu je představena numerická reprezentace modelu založená na principech simulovaného žhání. Dále jsou odvozeny statistická rozdělení dopravních mikroveličin a je provedena jejich kalibrace. Získané teoretické predikce jsou poté porovnány s reálnými daty. Užitý model je následně diskutován v pojmech teorie dopravního proudu a jeho parametry jsou kalibrovány na základě srovnání s dopravními statistikami.



## 1.5 Klíčová slova

**Automobilová doprava** (vehicular traffic) – Samořízený systém agregovaných jednotek stejného typu (vozidel) pohybujících se ve vymezené zóně (komunikace nebo jejich systém).

**Dopravní tok** (traffic flux) – počet vozidel, která projedou daným místem za jednotku času. Jednotkou dopravního toku je vozidlo za hodinu (veh/h).

**Dopravní hustota** (traffic density) – počet vozidel, která se v daný okamžik vyskytují na úseku komunikace, jehož délka je jednotková. Jednotkou dopravní hustoty je vozidlo na kilometr (veh/km).

**Detektorová rychlost vozidla** (detected velocity) – rychlost vozidla detekovaná měřicím zařízením.



**Optimální rychlost** (desired velocity) – rychlost, jíž by se řidič vozidla pohyboval v souladu s dopravními předpisy, pokud by nebyl ovlivňován ostatními účastníky silničního provozu.

**Prostorový odstup** (headway) – vzdálenost mezi předními nárazníky za sebou jedoucích vozidel.

**Prostorová světlost** (clearance) – vzdálenost mezi předním nárazníkem vozidla a zadním nárazníkem vozidla předešlého.

**Časový odstup** (time gap) – čas, který uplyne od doby, kdy přední nárazník vozu protne linii detektoru, do okamžiku, kdy tuto linii protne přední nárazník vozidla následujícího.

**Časová světlost** (time clearance) – čas, který uplyne od doby, kdy zadní nárazník vozu protne linii detektoru, do okamžiku, kdy tuto linii protne přední nárazník vozidla následujícího.



**Hustota pravděpodobnosti** (probability density) – nezáporná funkce definovaná na oboru reálných čísel, jejíž integrál přes tento obor je jednotkový.

**Distribuční funkce** (integrated probability density/cumulated distribution) – diferencovatelná funkce, jejíž hodnota v bodě  $x$  udává, jaká je pravděpodobnost, že daná náhodná veličina nabude hodnoty menší než  $x$ .

**Krátkodosahová interakce** (short-ranged interaction) – socio-fyzikální interakce mezi vozidly (řidiči), jejíž působení je omezeno pouze na vozidla vyskytující se v nejbližším okolí vozidla.

**Psychické vypětí řidiče** (mental strain of a driver) – koeficient úrovně šumu v termodynamické alternativě rozhodovacího procesu řidiče. Promítá aktuální stav dopravního proudu do následujícího rozhodnutí řidiče.

**Škálování vzdáleností** (scaling of headways) – převod (normování) měřených odstupů na soubor, jehož střední hodnota je rovna jedné.

**Simulované žihání** (simulated annealing) – numerická procedura (založená na metodě Monte Carlo) vedoucí zkoumané systémy do stavu termální rovnováhy. Tato procedura se tradičně využívá v termodynamické fyzice.

**Ustálený stav** (steady state) – stav systému, při němž jsou pravděpodobnostní rozdělení mikroskopických veličin ustálená, a to navzdory měnící se konfiguraci částic systému.

**Mikrostruktura dopravního vzorku** (microstructure of traffic sample) – soubor veličin (rychlost, poloha, čas průjezdu detektorem, odstup od předešlého vozidla atd.) příslušejících jednotlivému vozidlu.

**Dopravního saturace** (saturation of traffic flow) – stav, kdy závislost dopravního toku na dopravní hustotě přechází z rostoucí závislosti na klesající. Stav dopravní saturace (někdy obtížně detekovatelný) tudíž odděluje oblasti volného dopravního režimu od synchronizovaného (kongescenčního, přesyceného) stavu dopravy. Stav dopravní saturace bývá doprovázen následným razantním poklesem průměrné rychlosti vozidel.

**Volný dopravní režim** (free traffic regime) – stavy dopravního systému, kdy narůstající hustota provozu vede k přibližně lineárnímu nárůstu dopravního toku. Tento režim je charakteristický prakticky nekorelovaným pohybem vozidel a tudíž také vysokou průměrnou rychlostí vozidel.

**Dopravního kongescie alias synchronizovaný dopravní režim** (traffic congestion alias synchronized traffic regime) – stav, kdy vysoká hustota provozu způsobuje významný pokles dopravního toku. Průměrná rychlost vozidel je velice nízká, nikoliv však nulová.

**Stav stop-and-go (stop-and-go state)** – extrémně silná hustota provozu si vynucuje opakovaná zastavení a rozjíždění vozidel. Jedná se o extrémní variantu dopravní kongesce.

**Dopravní hystereze (traffic hysteresis)** – efekt, kdy dopravní systém při poklesu dopravní hustoty z oblasti synchronizované dopravy zpět do oblasti volné dopravy nekopíruje tutéž cestu, jakou prošel při přechodu z volného do synchronizovaného stavu.

## 2 Analýza dopravního systému

### 2.1 Mikrostruktura dopravního vzorku

Analýzy kvantitativních charakteristik dopravního proudu (ať už makroskopických či mikroskopických) jsou jedním ze základních kamenů dopravního modelování. Přitom charakteristiky makroskopické, zejména pak tzv. fundamentální závislost (závislost dopravního toku na dopravní hustotě) jsou v současné době již poměrně dobře prozkoumány. Pokusy o teorii podložené matematické predikce mikroskopické struktury dopravních vzorků jsou sice časté, ale nepřilíš úspěšné. Přitom rozložení vozidel na komunikační síti je z hlediska predikce dopravního proudu (a tudíž také z hlediska ekonomického) zcela zásadní, jak je snadno pochopitelné např. z faktu, že statistické rozdělení vzdáleností vozidel na řízené křižovatce podstatně ovlivňuje její kapacitu.

Mikroskopické znaky dopravy se ovšem podstatně mění s aktuálním stavem dopravního proudu a odrážejí intenzitu socio-fyzikálních interakcí mezi vozidly, resp. jejich řidiči. Tato socio-fyzikální povaha vzájemných reakcí mezi vozidly je velice zajímavá také z obecného pohledu (odhlédneme-li od přímé praktické aplikace). Principiálně neměřitelné socio-fyzikální interakce mezi elementy systému se zrcadlí do jeho mikrostruktury, která je již matematicky kvantifikovatelná. Kvalitní teoretický model, jehož mikrostruktura ustáleného stavu je analyticky nebo numericky řešitelná, tak může nepřímo vést k detekci interakčních sil mezi řidiči.

### 2.2 Znaky dopravního systému

Pro účely tohoto spisu pod pojmem automobilová doprava rozumíme samořízený systém agregovaných jednotek stejného typu (vozidel) pohybujících se ve vymezené zóně (komunikace nebo jejich systém). Reprezentativní dopravní systém zkoumaný v této práci tedy představuje speciální případ tzv. samoorganizovaného agentního systému, v němž je vybraný agent (řidič vozidla) ovlivňován pohybem vybraných agentů vyskytujících se v jeho okolí. Povaha meziagentních interakcí je tedy silně krátkodosahová, a tedy lokální, a přímo se podílí na procesu adaptace vybraného vzorku vozidel na chování celé skupiny.

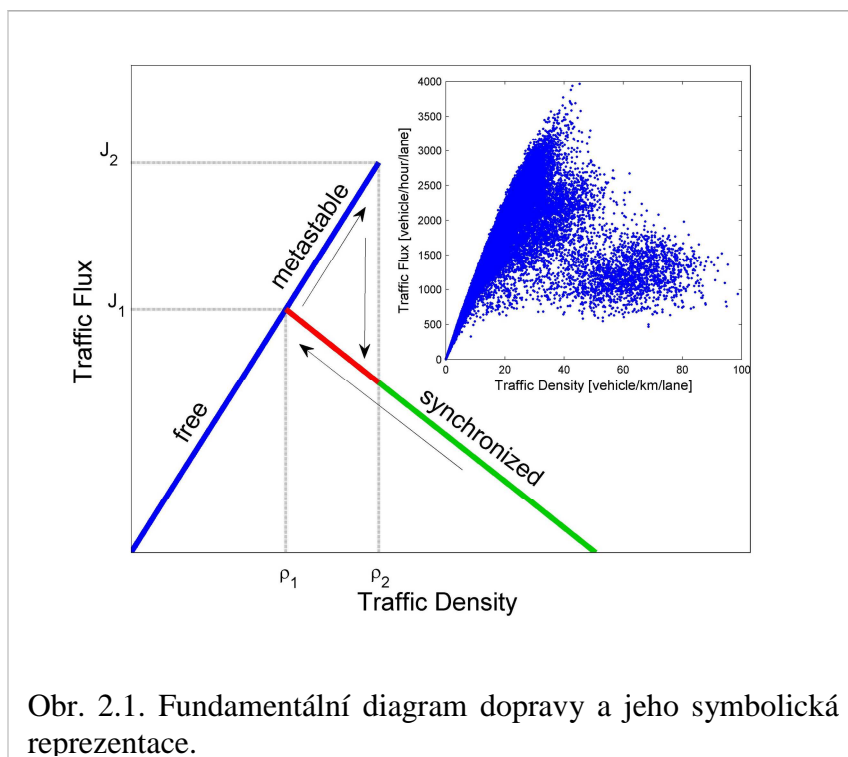
#### 2.2.1 Interakce v dopravním proudu

Interakce mezi řidiči je zprostředkována silami převážně nefyzikální povahy, přičemž hlavním stimulem pro akcelerační změny v řízení (zrychlování/zpomalování) jsou sociální interakce s krátkým interakčním dosahem. Aktuální parametry pohybu vozidla a aktuální dopravní situace jsou pak v mozku řidiče konfrontovány s individuálními optimy řidiče. Proces vyhodnocování je následně filtrován přes jakýsi myšlený psychologický filtr, který reflektuje vypětí řidiče způsobené aktuálním stavem dopravního proudu, resp. jeho vzdáleností od optimálního neregulovaného toku vzájemně se neovlivňujících vozidel. Je-li tedy hustota provozu nízká, a interakce mezi vozidly jsou tudíž slabé, vliv zmíněného

filtru je zanedbatelný a rozhodovací proces je prakticky nezávislý na pohybu ostatních vozidel. S rostoucí hustotou provozu ale termální složka odvozená od vlastností filtru sílí, což vede k sílící korelaci pohybů blízkých vozidel. Dochází tak k synchronizaci reakcí blízkých vozidel, což se následně projeví v efektech typických pro samoorganizované systémy. Takovými efekty jsou saturace, hystereze, kongesce, případně vlny stop-and-go. Tyto podrobněji probereme v následující podsekci.

## 2.2.2 Saturace a desaturace dopravního proudu

Ideálním diagramem znázorňujícím chování obecného dopravního systému je tzv. fundamentální diagram. Jedná se o grafickou závislost dopravního toku na dopravní hustotě (viz obrázek 2.1.).



Obr. 2.1. Fundamentální diagram dopravy a jeho symbolická reprezentace.

Na tomto obrázku jsou patrné následující typické dopravní fenomény:

- volný dopravní režim – stav dopravního systému, kdy narůstající hustota provozu vede k přibližně lineárnímu nárůstu dopravního toku. Tento režim je charakteristický prakticky nekorelovaným pohybem vozidel a tudíž také vysokou průměrnou rychlostí vozidel.
- dopravní kongesce neboli synchronizovaný dopravní režim – stav, kdy vysoká hustota provozu způsobuje významný pokles dopravního toku. Průměrná rychlost vozidel je velice nízká, nikoliv však nulová.
- dopravní saturace – stav, kdy závislost dopravního toku na dopravní



hustotě přechází z rostoucí závislosti na klesající. Stav dopravní saturace (někdy obtížně detekovatelný) tudíž odděluje oblasti volného dopravního režimu od synchronizovaného (kongescenčního, přesyceného) stavu dopravy. Stav dopravní saturace bývá doprovázen následným razantním poklesem průměrné rychlosti vozidel.

- dopravní hystereze – efekt, kdy dopravní systém při poklesu dopravní hustoty z oblasti synchronizované dopravy zpět do oblasti volné dopravy nekopíruje tutéž cestu, jakou prošel při přechodu z volného do synchronizovaného stavu.
- metastabilní stav – v oblasti mezi kritickými hustotami již část vozidel přešla do synchronizovaného režimu, zatímco některá vozidla stále setrvávají ve stavu volné dopravy. Tento stav je dlouhodobě neudržitelný a v závislosti na trendu dopravní hustoty spěje buď do oblasti dopravních kongescí, nebo se vrací zpět do zóny volné dopravy.
- stav stop-and-go – extrémně silná hustota provozu si vynucuje opakovaná zastavování a rozjíždění vozidel. Jedná se o extrémní variantu dopravní kongesce.

### 2.2.3 Dopravní monitoring

První pokusy popsat dopravní systém systematicky, tj. za použití matematického aparátu, byl zaznamenán cirká před sedmdesáti lety. V roce 1935 byl publikován první vědecký článek o elementárním vztahu mezi makroskopickými dopravními veličinami. Bruce Douglas Greenshields, autor tohoto článku, byl pravděpodobně prvním vědcem, který uskutečnil dopravní měření (za pomoci fotografie) a predikoval lineární závislost mezi dopravním tokem a hustotou. Mnoho matematiků, fyziků či dopravních inženýrů poté následovalo jeho pionýrskou práci. V současné době jsou znalosti o chování dopravních systémů značně rozsáhlé, podobně jako metody pro měření individuálních dopravních dat.

Z globálního pohledu mohou být dopravní měření rozdělena do následujících kategorií. Intrusivní metody jsou založeny na měřicích zařízeních, které jsou pevně zabudovány do povrchu vozovky. Naproti tomu neintruзивní metody jsou založeny na externích měřeních, které jsou realizovány bez jakéhokoli propojení s vozovkou. Intrusivní metody dělíme následovně.

- Intrusivní metody založené na detekci mikroskopických dopravních veličin užitím jednoduchých magnetických indukčních smyčkových detektorů umístěných ve vozovce. Magnetické pole indukční smyčky je porušeno pohybující se kovovou konstrukcí vozidla, což umožňuje detekci průjezdu vozidla daným bodem vozovky.
- Magnetické indukční dvojsmyčky jsou dvě propojené indukční smyčky, obě pevně spojené s povrchem vozovky. Informace o průjezdu vozidla dvěma nepatrně vzdálenými body pak umožňuje detekci individuálních

dopravních dat, jako jsou délka vozidla, rychlost vozidla, odstupy mezi vozidly, časové intervaly mezi sousedními vozidly, popř. číslo pruhu, v němž se vozidlo pohybuje.

Neintruzivní metody zahrnují

- foto-detekci založenou na pozemním, popř. leteckém snímkování,
- video měření realizované obvykle pozemními nebo leteckými video-sekvencemi,
- měření pomocí tzv. plovoucích měřících vozidel, která jsou zařazena do běžných dopravních toků,
- měření získaná z infrastruktury mýtných systémů (mýtné brány),
- ultrasonické detektory založené na principech dopplerovského radaru,
- mikrovlnné radary,
- měřiče využívající laserového skenování.

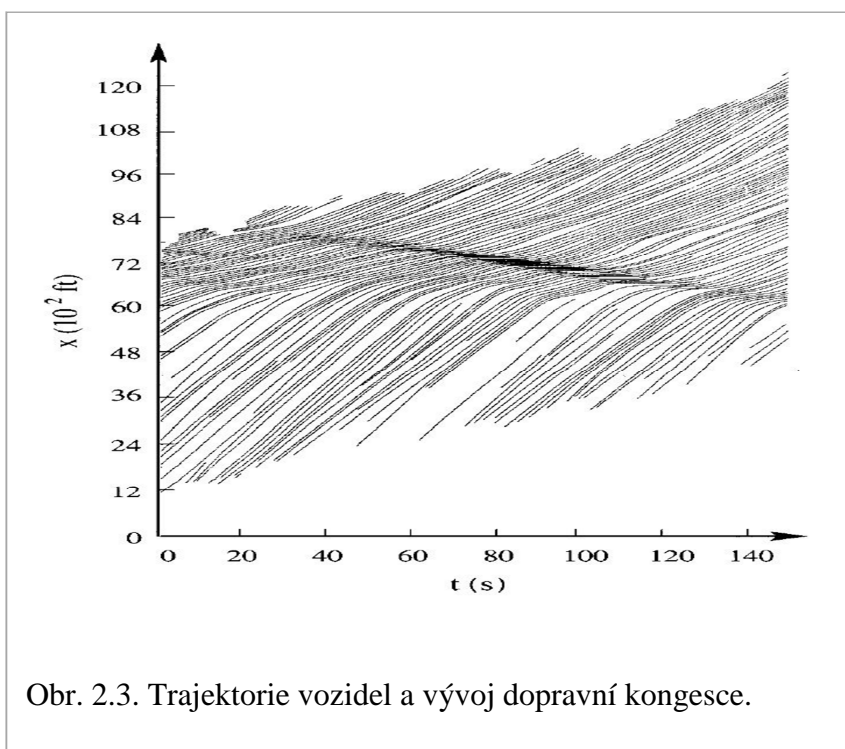
Většina výše uvedených zařízení produkuje obrovské množství individuálních dopravních dat, které mohou být následně analyzovány statistickými, popř. matematickými metodami. Některé metody takových zpracování dat budou diskutovány v další části textu.



Obr. 2.2. Vybraná měřící zařízení pro přímý dopravní monitoring.

## 2.2.4 Trajektorie vozidel při dopravní kongesci

Neintruzivní dopravní detekce individuálních dopravních dat vedla již v sedmdesátých letech minulého století k zajímavým zjištěním týkajícím se časového vývoje dopravních kongescí. Jak je patrné na obrázku 2.3, hustotní vlna reprezentující vrchol dopravní kongesce se posouvá proti směru pohybu vozidel. Nejčastěji uváděnou hodnotou rychlosti vrcholu kongesce je minus 15 kilometrů za hodinu.



Obr. 2.3. Trajektorie vozidel a vývoj dopravní kongesce.

## 2.3 Dopravní veličiny

Dopravní veličiny tradičně rozdělujeme na makroskopické a mikroskopické. Mezi makroskopické veličiny řadíme:

- Dopravní tok – počet vozidel, která projedou daným místem za jednotku času. Jednotkou dopravního toku je vozidlo za hodinu (veh/h).
- Relativní obsazenost detektoru – procentuální podíl času, kdy je detektor obsazen vozidly (vztaženo k době, během níž měření probíhalo).
- Dopravní hustota – počet vozidel, která se v daný okamžik vyskytují na úseku komunikace, jehož délka je jednotková. Jednotkou dopravní hustoty je vozidlo na kilometr (veh/km).

Mezi mikroskopické (individuální) dopravní veličiny řadíme:

- rychlost vozidla,
- délku vozidla,
- číslo pruhu, v němž se vozidlo na detektoru pohybovalo,
- čas, kdy přední nárazník vozidla protnul linií detektoru,
- čas, kdy zadní nárazník vozidla protnul linií detektoru,
- prostorový odstup (headway) – vzdálenost mezi předními nárazníky za sebou jedoucích vozidel,
- prostorová světlost (clearance) – vzdálenost mezi předním nárazníkem vozidla a zadním nárazníkem vozidla předešlého,
- časový odstup (time gap) – čas, který uplyne od doby, kdy přední nárazník vozu protne linií detektoru, do okamžiku, kdy tuto linií protne přední nárazník vozidla následujícího,
- časová světlost (time clearance) – čas, který uplyne od doby, kdy zadní nárazník vozu protne linií detektoru, do okamžiku, kdy tuto linií protne přední nárazník vozidla následujícího.

## 3 Praviděpodobnostní popis mikrostruktury dopravního vzorku

### 3.1 Hustota pravděpodobnosti a distribuční funkce dopravních mikroveličin

K většině dopravních mikroveličin existuje asociovaná hustota pravděpodobnosti monitorující statistické rozdělení dané veličiny v souborech o větším počtu vozidel. Je-li  $f(x)$  takovou hustotou pravděpodobnosti, pak integrál  $\int_a^b f(x) dx$  definuje pravděpodobnost, že měřená veličina  $x$  nabude hodnoty z intervalu mezi  $a$  a  $b$ . Funkci  $F(x)$  definovanou rovností

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(\xi) d\xi$$

pak nazýváme distribuční funkcí náhodné veličiny  $x$ . Mezi distribuční funkcí a hustotou pravděpodobnosti platí známý vztah  $F'(x) = f(x)$ , a to ve všech bodech, kde je derivace distribuční funkce definována.

#### 3.1.1 Obecné vlastnosti hustoty pravděpodobnosti

Každá hustota pravděpodobnosti  $f(x)$  splňuje následující obecné vlastnosti.

- Nezápornost, tj.  $f(x) \geq 0$  pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ .
- Integrovatelnost, tj.  $\int_a^b f(x) dx$  existuje pro všechna  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- Normalizace, tj.  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

#### 3.1.2 Obecné vlastnosti distribuční funkce

Každá distribuční funkce  $F(x)$  splňuje následující obecné vlastnosti.

- Je neklesající na  $\mathbb{R}$ .
- Obor hodnot funkce  $F(x)$  je podmnožinou intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ .
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ .
- $F(x)$  je spojitá zprava, tj. pro každé  $c \in \mathbb{R}$  platí, že  $\lim_{x \rightarrow c^+} F(x) = F(c)$ .
- $F(x)$  má nejvýše spočetně bodů nespojitosti.

### 3.1.3 Empirické vlastnosti hustoty pravděpodobnosti pro prostorovou světlost

V tomto textu se budeme především soustředit na dvě základní dopravní mikroveličiny. První z nich je rychlost vozidel  $v$  a druhou prostorová světlost mezi za sebou jedoucími vozidly. Označme tuto veličinu  $r$ . Příslušné hustoty pravděpodobnosti pak označíme symboly  $q(v)$ , resp.  $\wp(r)$ . Integrál z hustoty pravděpodobnosti  $\wp(r)$  přes interval  $\langle a, b \rangle$  udává pravděpodobnost, že dvě po sobě jedoucí vozidla budou mít světlou vzdálenost rovnou číslu z intervalu  $\langle a, b \rangle$ . V odborných pracích bývá zvykem tuto hustotu pravděpodobnosti škálovat tak, aby střední hodnota byla rovna jedné, tj.

$$\int_{-\infty}^{\infty} r \wp(r) dr = 1.$$

Toto škálování totiž umožňuje porovnávat empirické histogramy hustot pravděpodobnosti pocházející z různých měření (např. z různých zemí). Další empirická vlastnost hustoty pravděpodobnosti pro prostorovou světlost je odvozena z faktu, že světlost nemůže být záporná. Odtud ihned vyplývá, že pro všechna záporná  $r$  musí funkce  $\wp(r)$  nabývat nulové hodnoty.

### 3.1.4 Heavisideova skoková funkce

Heavisideova skoková funkce je funkce jedné proměnné definovaná předpisem

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0, \\ 1 & x > 0. \end{cases}$$

Užitím této funkce lze pak formalismus zápisů hustot pravděpodobnosti značně zjednodušit. Pro názornost zde uvádíme rovnosti, jež splňuje hustota pravděpodobnosti  $\wp(r)$  pro prostorovou světlost. Jsou to:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \wp(r) = \Theta(r)\wp(r), \\
 2) \quad & \int_{-\infty}^{\infty} \wp(r) dr = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(r)\wp(r) dr = \int_0^{\infty} \wp(r) dr = 1, \\
 3) \quad & \int_{-\infty}^{\infty} r \wp(r) dr = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(r) r \wp(r) dr = \int_0^{\infty} r \wp(r) dr = 1.
 \end{aligned}$$

Všechny uvedené integrály tedy existují a navíc, jak plyne z teorie pravděpodobnosti, vztah číslo 3 implikuje fakt, že střední hodnota veličiny  $r$  je jednotková.

### 3.1.5 Rozdělení odstupů pro nekorelované jevy

Obecně platí následující tvrzení. Jsou-li výskyty některého jevu řídké a nekorelované s následujícími či předešlými výskyty téhož jevu, řídí se počet takových výskyků tzv. Poissonovým rozdělením. To je tvaru

$$P(N = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}.$$

Hodnota čísla  $P(N = x)$  udává pravděpodobnost, že počet těchto jevů  $N$  bude právě  $x$ . Jsou-li výskyty jevu poissonovské, lze ukázat, že se časové (popř. délkové) odstupy mezi takovými výskyty řídí tzv. ryzím exponenciálním rozdělením. Po normalizaci a přeškálování na střední hodnotu rovnou jedné, má exponenciální rozdělení následující podobu:

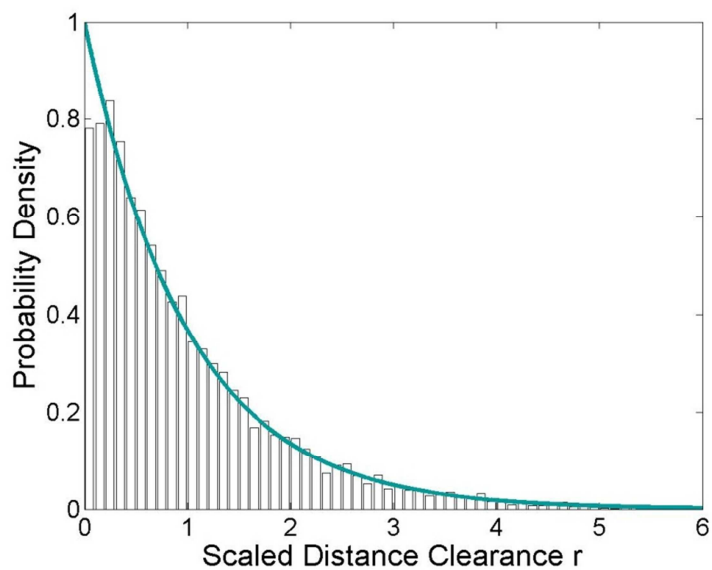
$$\wp_0(r) = \theta(r) e^{-r}.$$

Povšimněme si, že ryzí exponenciální rozdělení skutečně splňuje všechny obecné vlastnosti hustoty pravděpodobnosti z podsekcce 3.1.1 a také sadu rovností

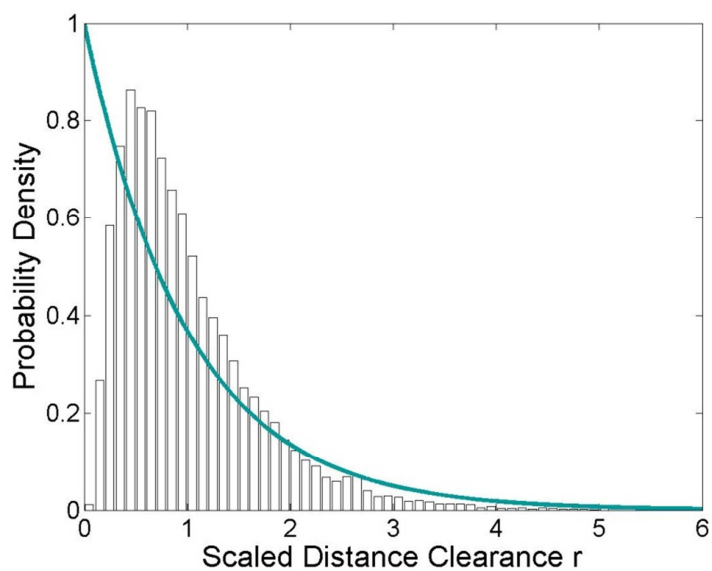
$$\int_{-\infty}^{\infty} \wp_0(r) dr = \int_{-\infty}^{\infty} r \cdot \wp_0(r) dr = 1.$$

## 3.2 Empirická studie prostorové světlosti

V této sekci probereme způsob, jakým lze získat empirické histogramy prostorových světlostí z dat měřených detektory na reálných komunikacích. Datový záznam nejprve rozdělíme podle příslušnosti k jednotlivým hustotním interválům, aby nedošlo k mísení dat z volného dopravního režimu a kondenzované dopravy. Poté analyzujeme světlosti zvlášť v každém hustotním intervalu, např. pro hustotní intervaly délky pěti 15 vozidel na kilometr (např. pro hustoty mezi deseti a patnácti vozidly na jeden kilometr délky vozovky). Dále eliminujeme globální znaky dat. Především škálujeme v souladu s přístupem diskutovaným v předešlém textu střední hodnotu světlosti na jednotkovou. Poté analyzujeme četnosti prostorových odstupů a vytváříme tzv. normalizovaný histogram prostorových světlostí, tj. empirickou alternativu hustoty pravděpodobnosti. Sledujeme změny normalizovaných histogramů s dopravní hustotou či dopravním tokem. Výsledkem jsou následující grafy. Pro velice nízké hustoty získáváme histogram (viz obrázek 2.4), který zřetelně inklinuje k ryzí exponenciální hustotě pravděpodobnosti. To plně koresponduje s teorií nekorelovaných jevů probrané v sekci 3.1.5.

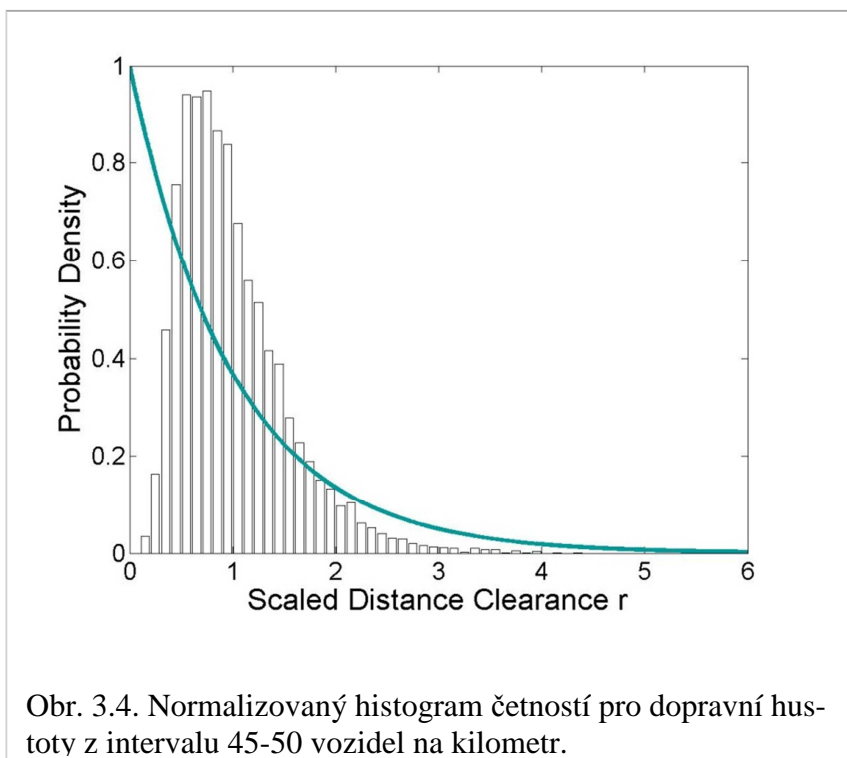
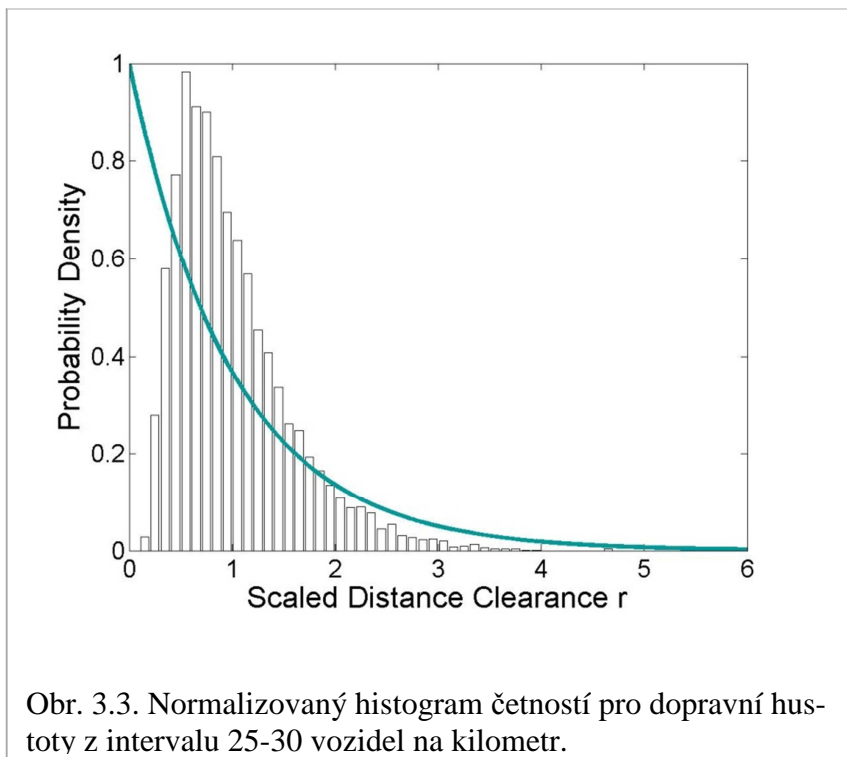


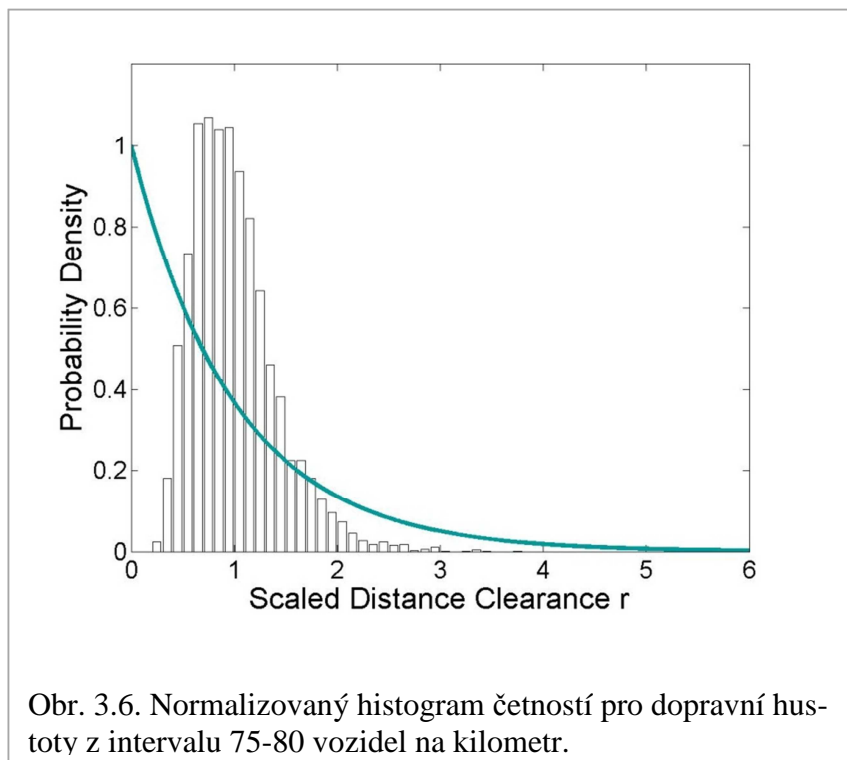
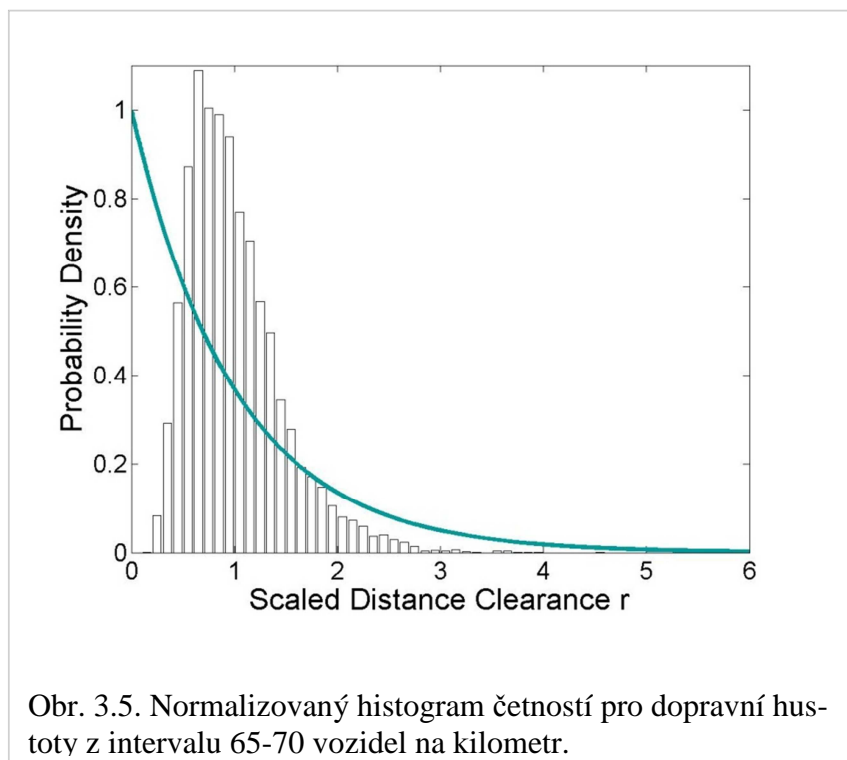
Obr. 3.1. Normalizovaný histogram empirických prostorových světlostí pro velmi nízké hustoty dopravy.



Obr. 3.2. Normalizovaný histogram četností pro dopravní hustoty z intervalu 15-20 vozidel na kilometr.







Trendy v chování prostorové světlosti lze shrnout následovně. Histogramy četnosti se výrazně mění s hustotou provozu. Pro nízké hustoty histogram kopíruje exponenciální rozdělení odvozené pro nekorelované děje. Při zvyšující se hustotě se snižuje rozptyl histogramu, tj. empirická hustota pravděpodobnosti se zužuje kolem střední hodnoty. Čím větší je hustota provozu, tím jsou odstupy sousedních vozidel více korelovány. Histogramy mají zajímavé (řídce se vyskytující) chování poblíž nuly. Jak se patrně ze všech šesti publikovaných histogramů, v blízkosti počátku souřadné soustavy se vyskytuje výrazné plató příslušné hustoty pravděpodobnosti. Takové plató zjevně ukazuje na přítomnost repulzivních sil extrémních velikostí, jež se projeví mezi sousedními vozidly, mají-li nebezpečně krátký odstup. Žádné z klasických rozdělení (rovnoměrné, Gaussovo, Gamma rozdělení,...) tomu neodpovídá. Je třeba najít vhodný matematický model vycházející z obecných dopravních principů a rozdělení světlostí odvodit, a to buď analytickými prostředky, nebo metodami numerickými.

## 4 Socio-dynamický dopravní model s krátkodosahovou repulzí

### 4.1 Formulace modelu

Uvažujeme  $N$  bezrozměrných částic umístěných na kruhu. Optimální rychlost každé částice nechť je definována parametrem  $w$ . Vzdálenost částic označme  $r_1, r_2, \dots, r_N$  a rychlost částic označme  $v_1, v_2, \dots, v_N$ . Částice nemohou měnit pořadí, neboť uvažujeme model bez předjíždění. Interakce částic bude uvažována jako krátkodosahová, tj. vozidla interagují pouze v případě, že jsou vozidla sousedními. Vozidla jsou odpuzována od zadního nárazníku předchozího vozidla. Odpuzující síla mezi za sebou jedoucími vozidly nechť je v souladu s aktuálními poznatky teorie dopravního proudu nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti, tj.

$$F(r) = -\frac{1}{r^2}.$$

Příslušný dvoubodový potenciál je tedy tvaru

$$\varphi(r) = \frac{1}{r}.$$

Řidič tedy zohledňuje pouze polohu předešlého vozidla, interakce s ostatními vozidly je tudíž pouze zprostředkovaná. Celková potenciální energie zkoumaného souboru je proto rovna sumě

$$U(r_1, r_2, \dots, r_N) = \sum_{k=1}^N \varphi(r_k) = \sum_{k=1}^N \frac{1}{r_k}.$$

Celková kinetická energie je rovna výrazu

$$T(v_1, v_2, \dots, v_N) = \sum_{k=1}^N \frac{m}{2} (v_k - w)^2.$$

Takto definovaný model je prozatím striktně deterministický a neodráží statistickou povahu interakcí v systému. Dopravní model deterministický být nemůže. Je tedy třeba do modelového systému vnést jistou stochastickou složku. Užijeme proto tzv. termální rezervoár, který reprezentuje jakousi analogii s termodynamickými fyzikálními systémy. V dopravní interpretaci se de facto jedná o matematický popis socio-fyzikální podstaty vzájemných reakcí mezi vozidly. Vliv termálního rezervoáru kvantifikujeme pomocí parametru  $\beta$ . Ten fakticky zesiluje nebo zeslabuje vliv interakčního potenciálu. Pokud je  $\beta = 0$ , vliv rezervoáru je nulový, tedy částice na kruhu se pohybují jako nezávislé. Pro  $\beta \gg 0$  je vliv rezervoáru podstatný. Koeficient  $\beta$  koresponduje s psychickým vypětím řidiče za dané dopravní situace. Pro nízké hustoty provozu je  $\beta$  malé, pro synchronizovaný režim je  $\beta$  velké.

## 4.2 Numerická reprezentace dopravního modelu

Chceme-li pro výše diskutovaný socio-dynamický dopravní model získat představu o statistickém rozdělení prostorových světlostí, je jednou z možných cest sestavit numerickou reprezentaci modelu. To lze učinit za pomoci principů simulovaného žihání následujícím algoritmem.

### 4.2.1 Algoritmus Metropolis

V numerické alternativě modelu nejprve eliminujeme rychlostní složku (a tedy také kinetickou část celkové energie systému), neboť nás v tuto chvíli nezajímá. Zvolíme pevně inverzní termodynamickou teplotu  $\beta \geq 0$ . Dále zvolíme libovolnou počáteční konfiguraci poloh (z rovnoměrného rozdělení, z normálního rozdělení, ekvidistantní lokace, apod.). Označme počáteční úhlové polohy

$$0 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_N < 2\pi.$$

Pro úhlové vzdálenosti částic tedy platí vztahy  $r_k = x_{k+1} - x_k$  a  $r_N = x_1 - x_N - 2\pi$ . Dodržujeme přitom škálování na střední vzdálenost rovnou jedné. Jako další krok vypočteme aktuální potenciální energii systému podle vztahu

$$U_0 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{r_k}.$$

Následně vybereme náhodně částici, jejíž polohu  $x_k$  zamýšlíme algoritmem Metropolis aktualizovat. Z rovnoměrného rozdělení vybereme pomocné číslo

$$\delta \in \left(0, \frac{2\pi}{N}\right).$$

Snahou je nyní aktuální polohu  $x_k$  změnit (za jistých příznivých okolností) na novou hodnotu  $x_k + \delta = \tilde{x}_k$ . Pro předpokládané odstupy  $r_1, r_2, \dots, r_{k-1}, \tilde{r}_k, \tilde{r}_{k+1}, \dots, r_N$  vypočteme předpokládanou potenciální energii systému:

$$U = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\tilde{r}_k}.$$

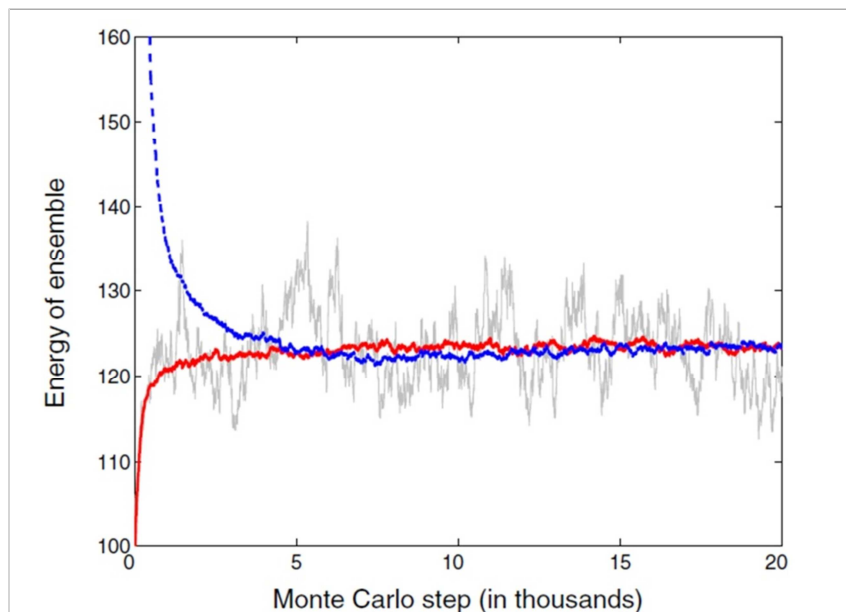
Jelikož tento algoritmus má za cíl dosáhnout termální rovnováhy, akceptuje se nová poloha pokaždé, když  $U \leq U_0$ . Je-li naopak  $U > U_0$ , pak je vypočteno tzv. Boltzmannův faktor

$$q = e^{-\beta(U-U_0)}$$

a porovnán s náhodným číslem  $\eta \in (0,1)$  opět vybraným z rovnoměrného rozdělení. Je-li  $q > \eta$ , pak se nová poloha akceptuje, v opačném případě ne. Výše zmíněnou aktualizaci provedeme opakovaně, vždy pro nově náhodně vybranou částici.

## 4.2.2 Termální rovnováha a její charakteristiky

V průběhu výše uvedených změn v konfiguracích částic sledujeme průběh aktuální potenciální energie. Jakmile se potenciální energie ustálí na konstantní hodnotě, resp. fluktuuje-li potenciální energie okolo konstantní funkce, nachází se zkoumaný systém ve stavu zvaném termální rovnováha. Matematicky se jedná se o tzv. ustálený stav. Je-li systém v ustáleném stavu, polohy částic se sice mění, ale statistická rozdělení jejich vzdáleností nikoli.



Obr. 4.1. Průběh potenciální energie během opakovaných updatování poloh částic systému.

Na obrázku 4.1 je vyobrazen průběh potenciální energie diskutovaného systému. Šedá křivka znázorňuje změny energie během jednoho běhu algoritmu Metropolis, zatímco barevné křivky reprezentují zprůměrované hodnoty přes sto opakovaných realizací algoritmu. Červená křivka byla získána při ekvidistantním rozdělení počátečních poloh, modrá při rozdělení náhodném. Jak je zřejmé, počáteční lokace částic nemají na výslednou termální rovnováhu žádný vliv. Bez ohledu na nastavení počáteční konfigurace částic dospěje systém vždy do téhož ustáleného stavu.

## 4.3 Analýza mikrostruktury dopravního plynu v termální rovnováze

Máme-li nyní k dispozici numerickou reprezentaci zkoumaného termodynamického plynu, lze přistoupit ke statistickému vyhodnocení ustáleného stavu zkoumaného systému, tj. ke statistické analýze škálovaných vzdáleností částic

plynu, jež se nalézá v ustáleném stavu.

### 4.3.1 Histogram hustoty pravděpodobnosti pro škálovanou prostorovou světlost

Všechny odstupy detekované ve stavu termální rovnováhy po absolvování jedné realizace algoritmu jsou zaznamenány a algoritmus Metropolis se opakuje pro další sadu částic. Nově jsou vygenerovány počáteční podmínky, ale inverzní termodynamickou teplota  $\beta \geq 0$  zůstává nezměněna. Je-li celkový počet odstupů shromážděných z opakovaných realizací algoritmu dostatečný, tj. máme-li k dispozici např. 5000 dat, lze provádět příslušnou statistickou analýzu. Analýzu provádíme zásadně pro škálované odstupy. Zvolíme vhodně dělení intervalu odstupů, např.  $\Delta = 1/10$ . Určíme, kolik škálovaných světlostí se nachází v intervalu  $(L, L + \Delta)$ . Přesněji, vypočteme absolutní četnosti

$$n_k = \text{card}\{r_\ell: (k-1)\Delta \leq r_\ell < k\Delta\}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Za daných podmínek je splněna normalizační rovnost  $\sum_{k=1}^{\infty} n_k = N$ . S pomocí absolutních četností vypočteme dále četnosti relativní. Užijeme k tomu vztah  $m_k = \frac{n_k}{N}$ . V dalším kroku vykreslíme graf po částech konstantní funkce  $H(x): \langle 0, \infty \rangle \mapsto \langle 0, \infty \rangle$  zadané definičním vztahem

$$(k-1)\Delta \leq x < k\Delta \quad \Rightarrow \quad H(x) = \frac{m_k}{\Delta}.$$

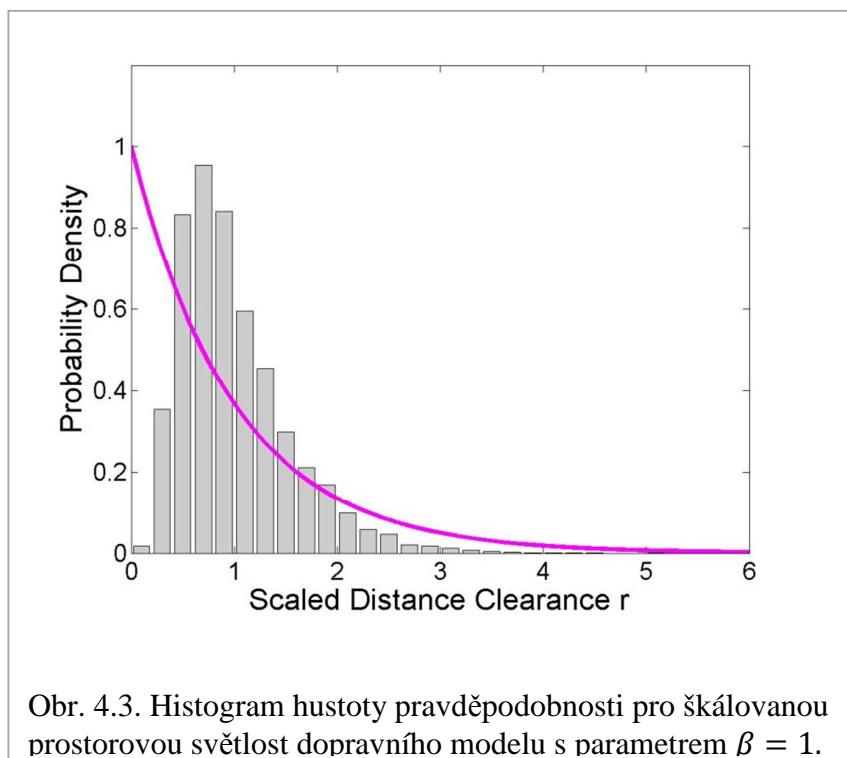
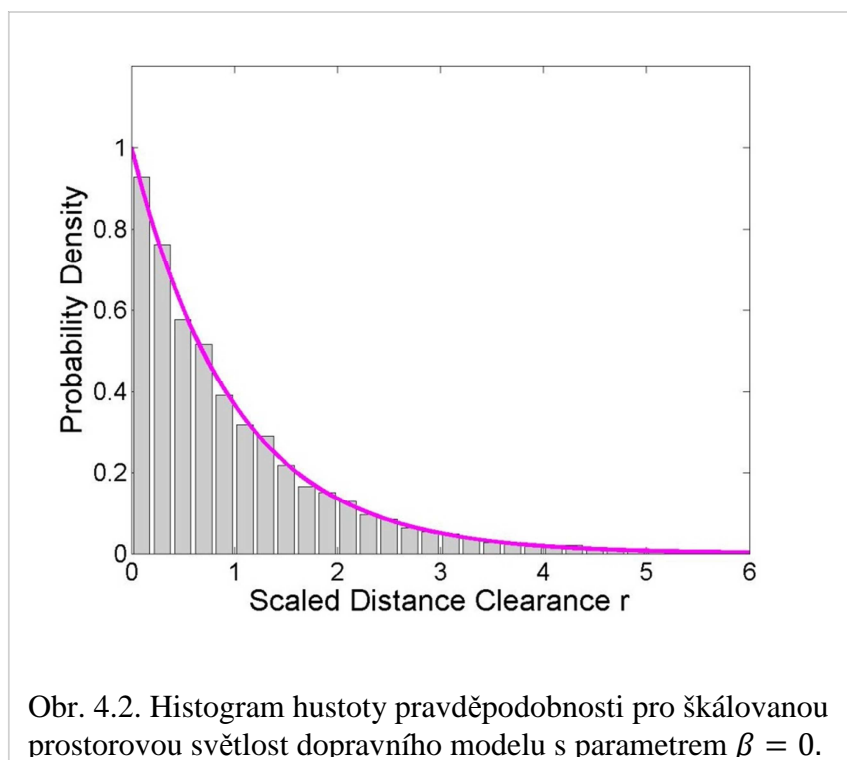
Funkce  $H(x)$  se nazývá histogramem hustoty pravděpodobnosti pro škálovanou prostorovou světlost. Je-li  $H(x)$  vypočtena správně, splňuje rovnosti normovací a škálovací rovnosti tvaru

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot H(x) dx = 1.$$

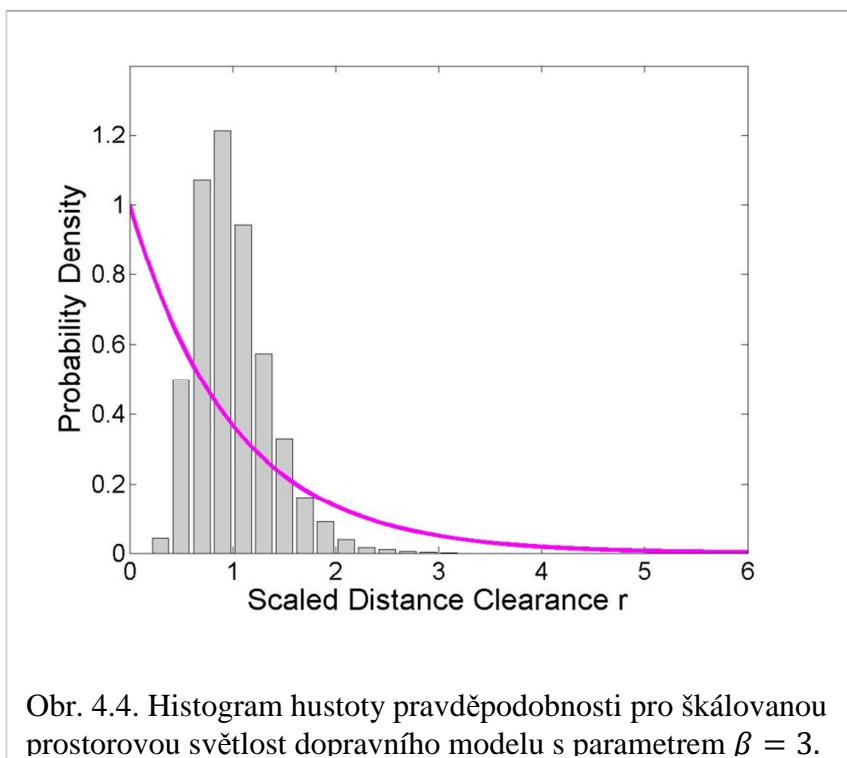
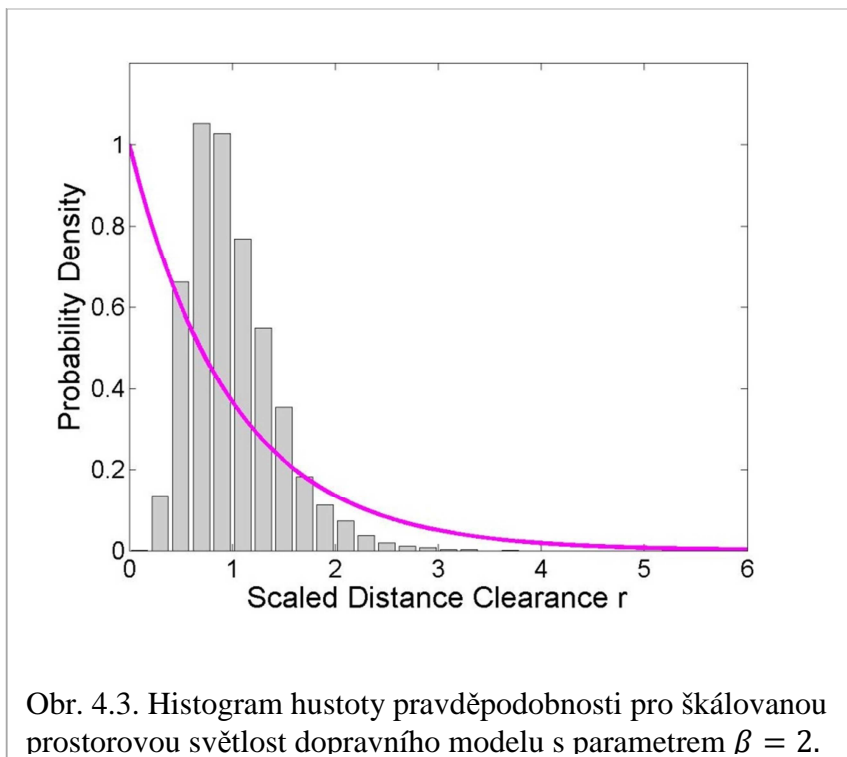
Se zmenšujícím se  $\Delta$ , tedy s rostoucí velikostí datových souborů, konverguje histogram hustoty pravděpodobnosti k hustotě pravděpodobnosti, tj. ke spojitě a hladké funkci.

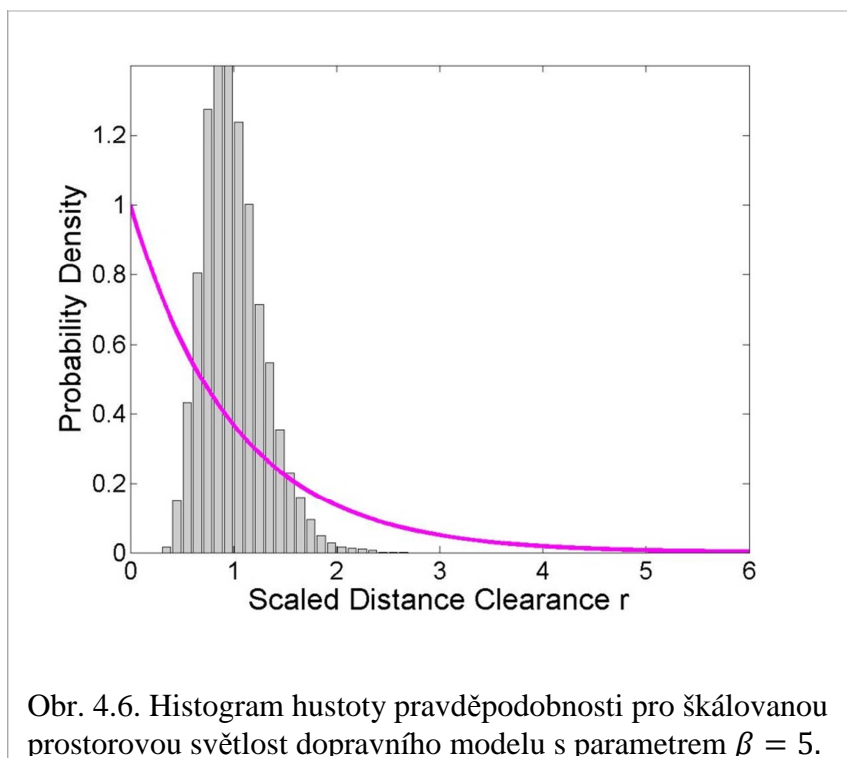
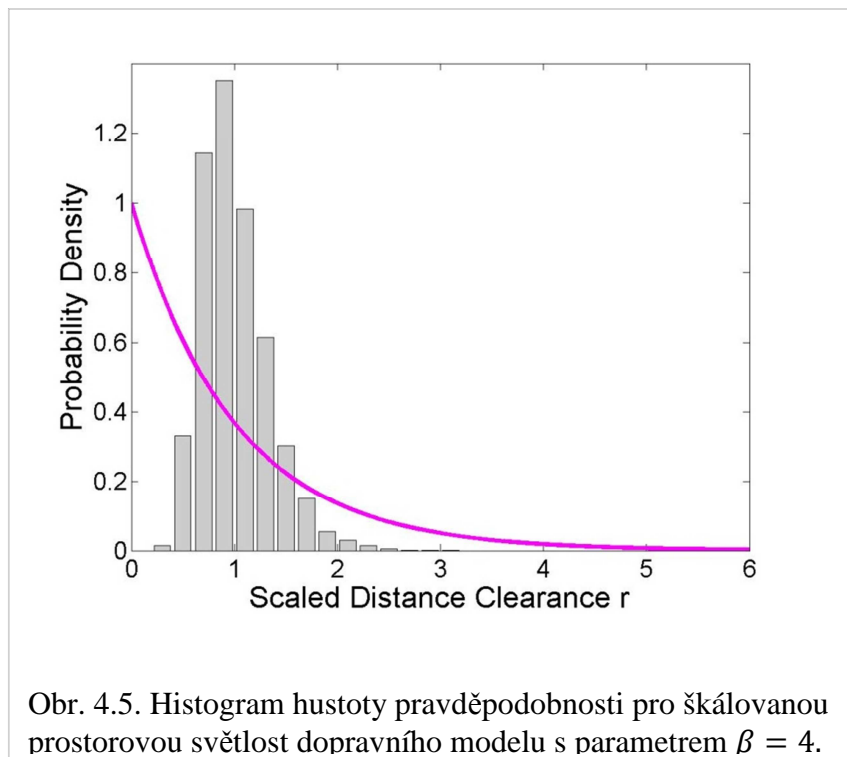
### 4.3.2 Změny rozdělení vzdáleností mezi částicemi v závislosti na hodnotě parametru $\beta$

Hodnota inverzní termodynamické teploty, jediného volného parametru modelu, ovlivňuje kvantitativní vlastnosti příslušného ustáleného stavu velice významně. Změny mikrostruktury se změnou parametru  $\beta$  jsou dobře patrné z následujících obrázků.









## 4.4 Analytické tvary hustoty pravděpodobnosti pro světlost

Kromě numerické studie socio-dynamického dopravního plynu, lze příslušný ustálený stav plynu zkoumat také analyticky, a sice užitím metod matematické fyziky. Takovým způsobem lze vypočítat hustotu pravděpodobnosti pro světlost mezi částicemi plynu analyticky.

Užitím metod matematické analýzy, integrálních transformací a teorie zobecněných funkcí bylo odvozeno v článku [Krbálek 2007], že ustálený stav diskutovaného termodynamického modelu je popsán níže uvedenou headway-distribucí (hustotou pravděpodobnosti pro délkovou světlost). Jedná se o funkci

$$\wp_{\beta}(r) = \theta(r) A e^{-\frac{\beta}{r}} e^{-Dr},$$

kde čísla  $A = A(\beta)$  a  $D = D(\beta)$  reprezentují normalizační konstanty, jejichž hodnoty lze vypočítat z normalizačních rovnic

$$\int_{-\infty}^{\infty} \wp(r) dr = \int_{-\infty}^{\infty} r \cdot \wp(r) dr = 1.$$

Odtud bylo také vypočteno, že

$$D = D(\beta) = \beta + \frac{3 - e^{-\sqrt{\beta}}}{2}$$

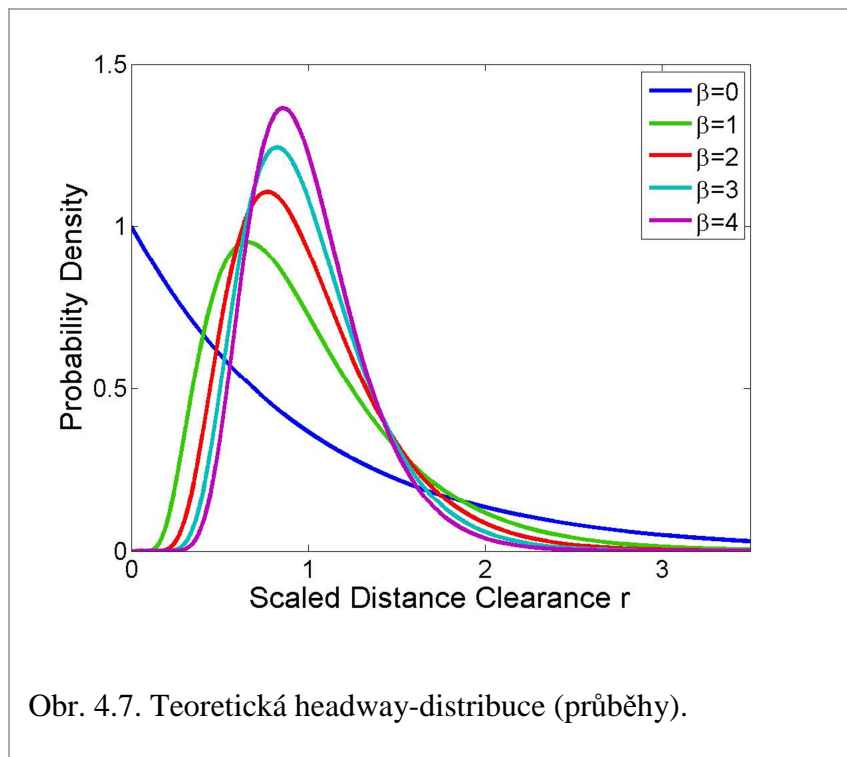
a také

$$A^{-1} = A^{-1}(\beta) = 2 \sqrt{\frac{\beta}{D}} K_1[2\sqrt{D\beta}].$$

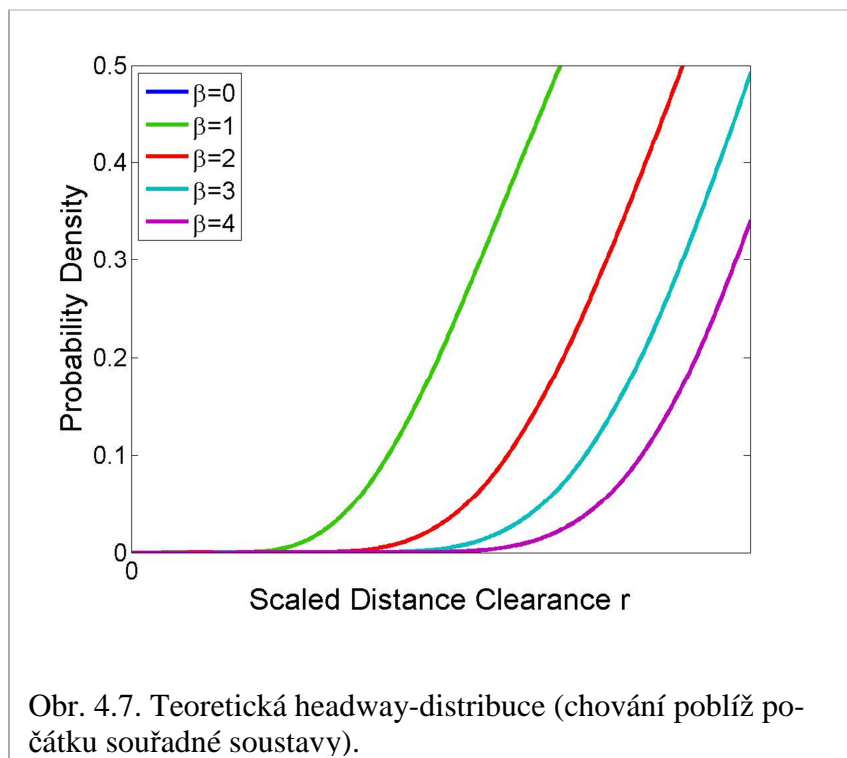
Podotýkáme, že symbol  $K_1[x]$  představuje tzv. Macdonaldovu funkci, tj. Besselovu funkci druhého druhu, prvního řádu, která může být v okolí nuly aproximována hodnotou

$$K_1[x] \approx \frac{e^{-x}\sqrt{2x+1}}{x}.$$

Teoretické průběhy hustoty pravděpodobnosti  $\wp_{\beta}(r)$  jsou názorně vyobrazeny v obrázku 4.7. Zajímavé chování této distribuce v okolí počátku souřadné soustavy je patrné na obrázku bezprostředně následujícím. Teoretická hustota pravděpodobnosti, a tedy i příslušná distribuční funkce tudíž vykazují na okolí nuly podobný trend jako samotná empirická hustota pravděpodobnosti  $\wp(r)$ .



Obr. 4.7. Teoretická headway-distribuce (průběhy).



Obr. 4.7. Teoretická headway-distribuce (chování poblíž počátku souřadné soustavy).

## 4.5 Srovnání empirických dopravních dat s teoretickou předpovědí

Metoda srovnání měřených empirických histogramů s teoretickou křivkou

$$\wp_{\beta}(r) = \theta(r)A e^{-\frac{\beta}{r}} e^{-Dr}$$

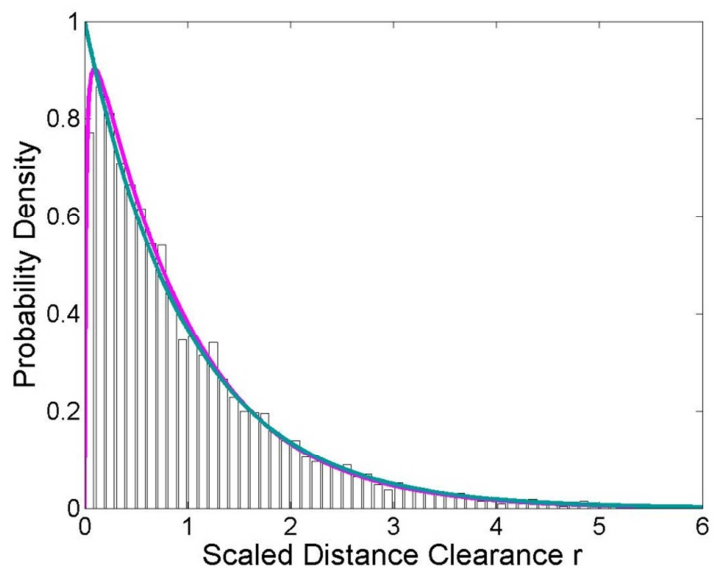
je založena statistickým testu  $\chi^2$ . Označme  $E(r)$  histogram empirických světlostí a středy základů jednotlivých intervalů, na něž byla osa světlostí rozdělena, označme po řadě  $s_1, s_2, \dots, s_N$ . Pak  $E(s_k)$  je empirická hodnota hustoty pravděpodobnosti v bodě  $s_k$  a  $\wp_{\beta}(s_k)$  předpokládaná (teoretická) hodnota vypočtená pro některé  $\beta$ . Odchylku mezi empirickou hodnotou a teoretickou hodnotou lze velice dobře kvantifikovat funkcí

$$\chi^2(\beta) = \sum_{k=1}^N |E(s_k) - \wp_{\beta}(s_k)|^2.$$

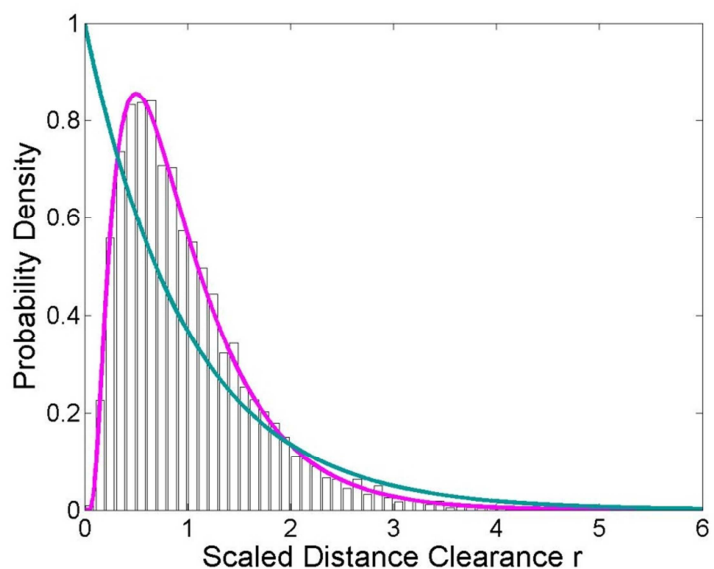
Nyní je třeba hledat takové  $\beta$ , pro něž je hodnota funkce  $\chi^2(\beta)$  minimální. Optimální hodnota parametru  $\beta$  (termodynamické inverzní teploty) je pak stanovena minimalizací nezáporné funkce  $\chi^2(\beta)$  přes všechny přípustné hodnoty  $\beta$ , tj. užitím rovnosti

$$\beta_{FIT} = \operatorname{argmin} \chi^2(\beta).$$

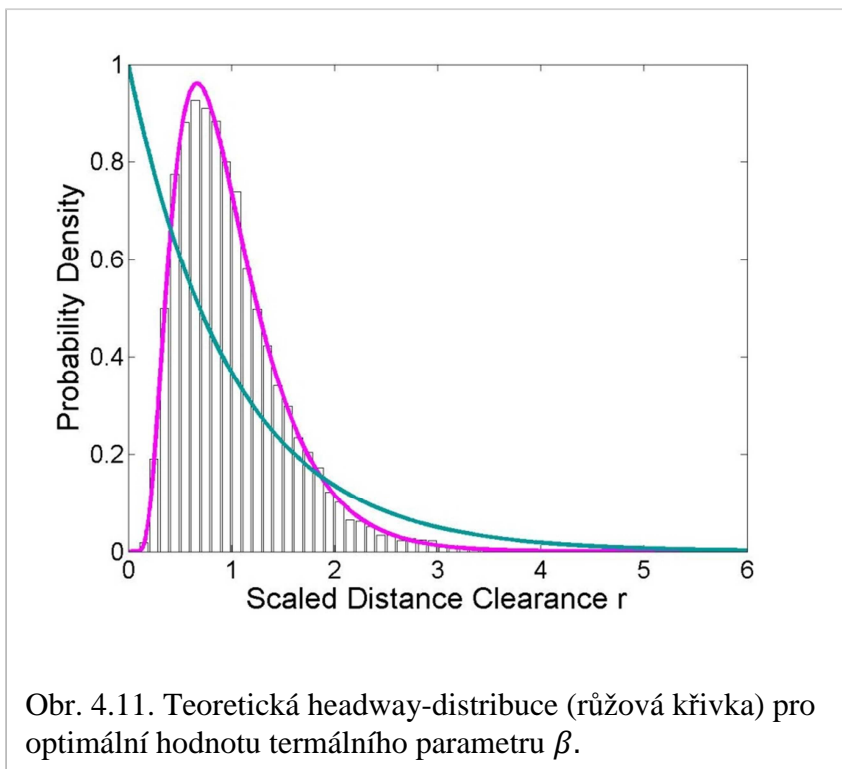
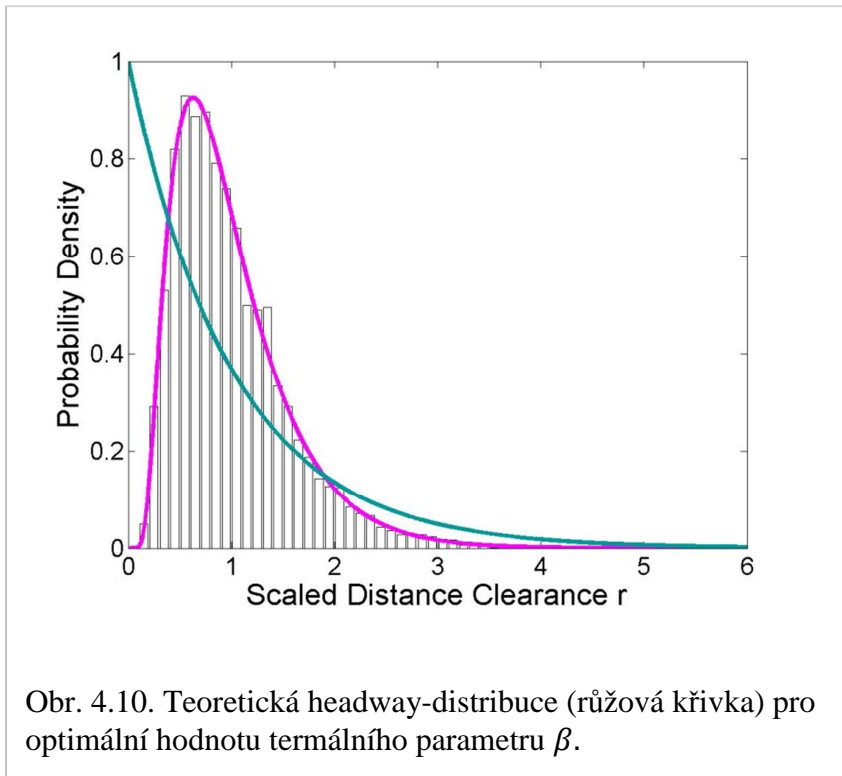
Sada následujících obrázků demonstruje, jak odpovídají teoretická rozdělení vykreslená pro optimální hodnotu parametru empirickým hustotám pravděpodobnosti. Růžovou křivkou jsou v obrázcích vykresleny teoretické predikce hustoty pravděpodobnosti pro světlost, zeleně je vykreslena exponenciální distribuce nezávislých světlostí a obdélníčky reprezentují histogram empirické hustoty pravděpodobnosti detekované z reálných dopravních dat.

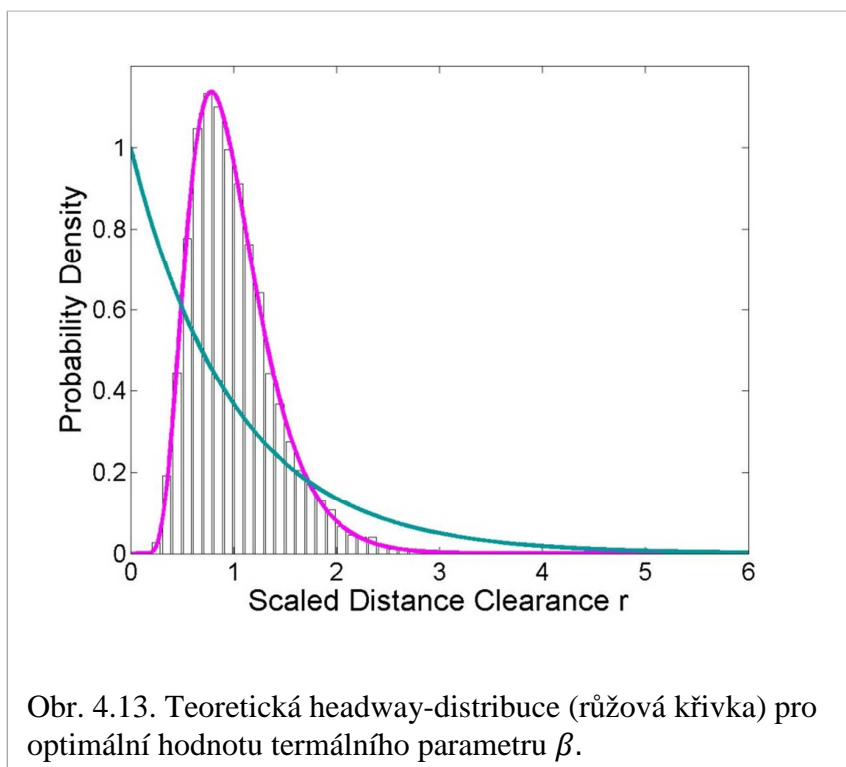
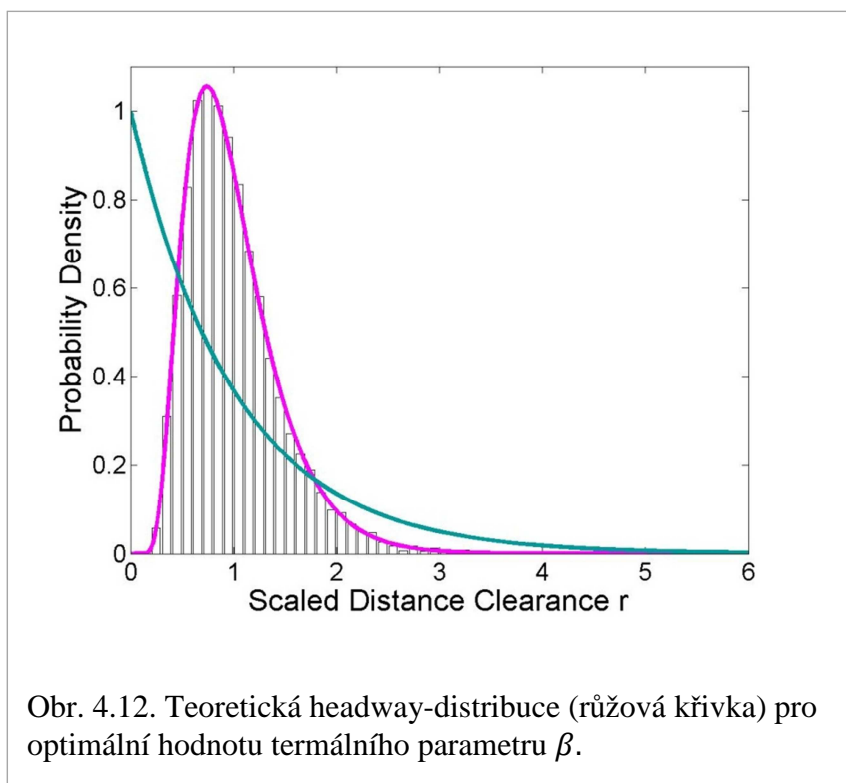


Obr. 4.8. Teoretická headway-distribuce (růžová křivka) pro optimální hodnotu termálního parametru  $\beta$ .



Obr. 4.9. Teoretická headway-distribuce (růžová křivka) pro optimální hodnotu termálního parametru  $\beta$ .









## 5 Analýza inverzní termodynamické teploty reálného dopravního systému

### 5.1 Detekce sociálních repulzí

Ačkoliv jsou všechny sociální interakce obtížně detekovatelné a ještě hůře matematicky kvantifikovatelné, umožňuje výše popsáný dopravní model nepřímou detekci sociálních sil v dopravním proudu a také míru jejich uplatnění. Tato míra je v modelu kvantifikována koeficientem  $\beta$ , jež má ve fyzikální interpretaci modelu termodynamickou (statistickou) povahu a reprezentuje hladinu šumu v systému. Ta je tím vyšší, čím vyšší je psychické vypětí řidiče způsobené aktuálním stavem dopravy. S ohledem na to, že interakce v sociálních systémech formují genuzi specifických konfigurací v rozmístění poloh agentů (osob, vozidel apod.), lze jejich statistickou analýzou zpětně detekovat způsoby interakcí mezi těmito agenty. To bude náplní následující pododdílů.

#### 5.1.1 Metodika detekce optimální distribuční funkce

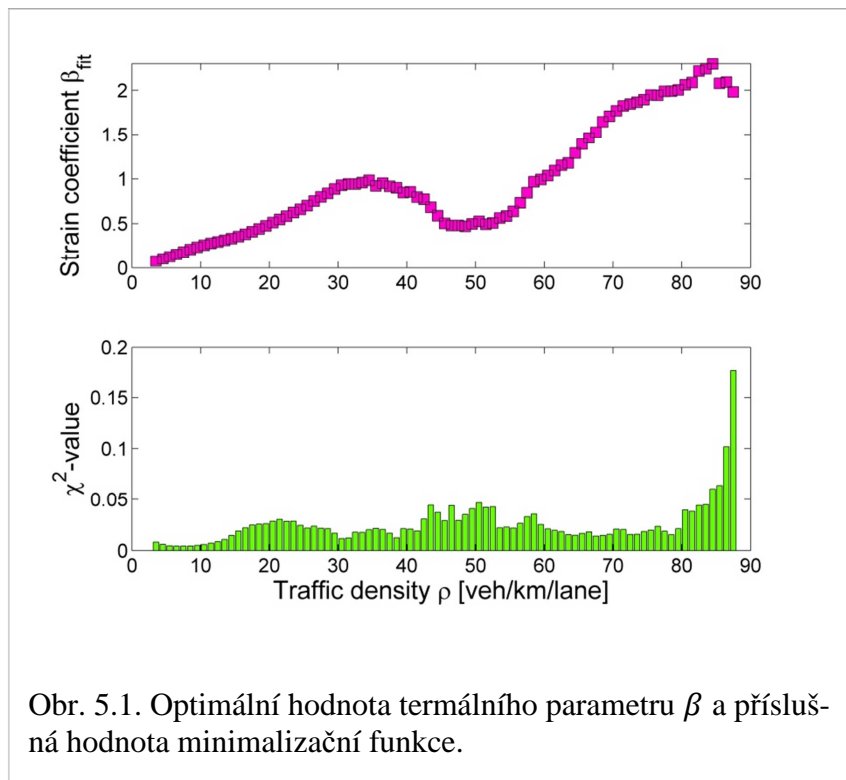
Princip detekce optimální hodnoty inverzní termodynamické teploty vystupující v předpisu distribučních funkcí

$$\wp_{\beta}(r) = \theta(r)A e^{-\frac{\beta}{r}} e^{-Dr}$$

příslušné pro daný stav dopravního proudu je nastíněn v kapitole 4.5. Metoda je založena na statistickém testu  $\chi^2$  a je-li aplikována odděleně na data vybraná z daného pásma dopravních hustot, poskytuje detailní informaci o změnách inverzní termodynamické teploty v závislosti na dopravní hustotě.

#### 5.1.2 Změny rozdělení vzdáleností v závislosti na hustotě provozu

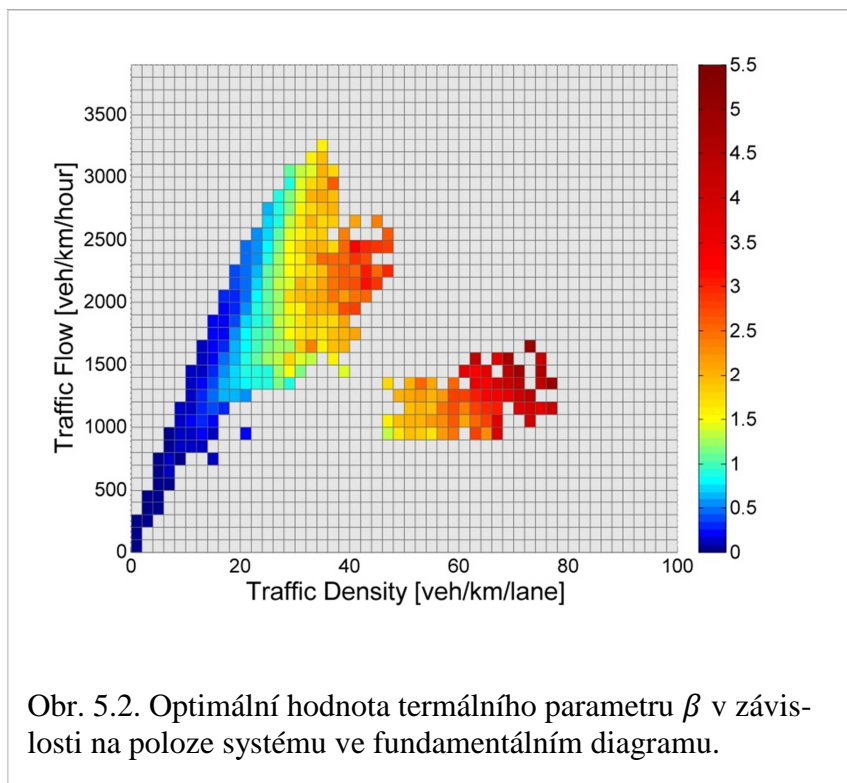
Výsledkem zmíněné detekce je např. následující graf.



Z grafu je patrné, že pro nízké hustoty dopravního toku, kdy interakce mezi vozidly jsou prakticky zanedbatelné, je hodnota termálního parametru prakticky nulová, což po dosazení do předpisu hustoty pravděpodobnosti vede na rýzí exponenciální rozdělení, jež je tradičně detekováno pro rozestupy nezávislých dějů. S rostoucí hustotou, zhruba řečeno, hodnota parametru  $\beta$  roste. Korepondence termálního parametru  $\beta$  s psychickým vypětím řidiče je dobře patrná na krátkodobém poklesu hodnoty v oblasti mezi 35 a 50 vozidly na kilometr, kdy volný dopravní režim přechází v režim dopravní synchronizace. Pokles průměrné rychlosti vozidel způsobený nasycováním dopravního proudu vede k dočasnému snížení dopravního stresu, a tedy také, jak potvrzuje obrázek výše, ke změně hustoty pravděpodobnosti pro délkovou světlost.

### 5.1.3 Změny rozdělení vzdáleností v závislosti na hustotě provozu a dopravním toku

Zajímavý vhled do fungování dopravního systému přináší studium optimálních hustot pravděpodobnosti pro odstupy zkoumaných izolovaně pro malé oblasti fundamentálního diagramu. Výsledek takové analýzy shrnuje následující obrázek.



Obr. 5.2. Optimální hodnota termálního parametru  $\beta$  v závislosti na poloze systému ve fundamentálním diagramu.

## 6 Shrnutí, literatura a sumarizační autotest

### 6.1 Shrnutí

Tento modul seznamuje čtenáře se způsobem, jak detekovat mezivozidlové interakce ze statistických rozdělení jejich poloh. V textu je demonstrováno, že hustota pravděpodobnosti čistých vzdáleností mezi za sebou jedoucími vozidly odpovídá teoretickým křivkám odvozeným pro termodynamický dopravní plyn s krátkodosahovou mocninnou repulzí mezi sousedními částicemi, ponořený do teplotní lázně o termodynamické teplotě  $\beta$ . Dále je ukázáno, že tento jediný parametr probíraného dopravního modelu koresponduje s mírou psychického vypětí řidičů pohybujících se uvnitř přesyceného dopravního proudu.

Navíc je demonstrováno, že reálné statistiky popisující stochastická rozdělení čistých odstupů mezi vozidly vykazují matematicky zajímavé vlastnosti. Sílící repulze mezi vozidly při zhušťování provozu vede k razantnímu poklesu hustoty pravděpodobnosti pro malé odstupy a velice silné synchronizaci celého dopravního vzorku. Hustota pravděpodobnosti je matematicky dobře aproximovatelná jednoparametrickou třídou funkcí tvaru

$$\wp_{\beta}(r) = \theta(r)A e^{-\frac{\beta}{r}} e^{-Dr}.$$

Jediný volný parametr může být v rámci socio-dynamického modelu interpretován jako míra psychického vypětí řidičů. Jedná se o míru psychického tlaku vyvolávaného aktuálním stavem dopravního proudu. Takto zjištěné vlastnosti jsou podle aktuálních výzkumů velice univerzální a nezávisí například ani na zemi, v níž dopravní měření probíhala.

### 6.2 Literatura

[1] D. Chowdhury, L. Santen, and A. Schadschneider, *Physics Reports* **329** (2000) 199

[2] D. Helbing, *Rev. Mod. Phys.* **73** (2001) 1067

[3] S. Hoogendoorn and P. Bovy, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering* **215/4** (2001) 283

[4] B.S. Kerner, *The Physics of Traffic*, Berlin, New York: Springer Verlag (2004)

- [5] D.J. Buckley, *Transportation Science* **2/2** (1968) 107
- [6] M. Krbálek, P. Šeba, and P. Wagner, *Phys. Rev. E* **64** (2001) 066119
- [7] W. Knospe, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg, *Phys. Rev. E* **65** (2002) 056133
- [8] M. Krbálek and D. Helbing, *Physica A* **333** (2004) 370
- [9] D. Helbing, M. Treiber, and A. Kesting, *Physica A* **363** (2006) 62 20
- [10] M. Treiber, A. Kesting, and D. Helbing, *Phys. Rev. E* **74** (2006) 016123
- [11] M. Krbálek, *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** (2007) 5813
- [12] A.Y. Abul-Magd, *Phys. Rev. E* **76** (2007) 057101
- [13] A. Šurda, *J. Stat. Mech.*, **04** (2008), P04017
- [14] M. Treiber and D. Helbing, *Eur. Phys. J. B* **68** (2009) 607
- [15] L. Li, F. Wang, R. Jiang, J. Hu, and Y. Ji, *Chinese Phys. B* **19** (2010) 020513
- [16] X. Chen, L. Li, R. Jiang, and X. Yang, *Chinese Phys. Lett.* **27** (2010) 074501
- [17] M. Krbálek and P. Hrabák, *J. Phys. A: Math. Theor.* **44** (2011) 175203
- [18] D. Helbing and M. Treiber, *Phys. Rev. E* **68** (2003) 067101
- [19] M. Krbálek, *J. Phys. A: Math. Theor.* **41** (2008) 205004
- [20] C. Appert-Rolland, *Phys. Rev. E* **80** (2009) 036102
- [21] M. Krbálek and P. Šeba, *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** (2009) 345001
- [22] X. Jin, Y. Zhang, F. Wang, L. Li, D. Yao, Y. Su, and Z. Wei, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **17/3** (2009) 318
- [23] A. Savitzky and M.J.E. Golay, *Analytical Chemistry* **36/8** (1964) 1627
- [24] M.L. Mehta, *Random matrices (Third Edition)*, New York: Academic Press (2004)
- [25] A. Sopasakis, *Physica A* **342** (2004), 741

[26] M. Krbálek, Kybernetika **46/6** (2010), 1108

### 6.3 Autotest

- Jaká vlastnost se míní, je-li řečeno, že veličina má statistickou povahu.
- Co je hustota pravděpodobnosti a jaký má vztah k distribuční funkci náhodné veličiny?
- Definujte prostorou světlost a příslušnou hustotu pravděpodobnosti.
- Definujte Heavisideovu funkci. Jakou funkci má v dopravní teorii?
- Co je fundamentální dopravní závislost a jaký je její běžný průběh?
- Co se míní saturací dopravního toku?
- Jakým metodami se měří dopravní data?
- Popište jevy vznikající při dopravní kongesci.
- Jak se chovají rozestupy nekorelovaných dějů?
- Ukažte, že střední hodnota náhodné veličiny popsané hustotou pravděpodobnosti  $\wp_0(r) = \theta(r)e^{-r}$  je jednotková.
- Pro hustotu pravděpodobnosti  $\wp_0(r) = \theta(r)e^{-r}$  nalezněte příslušnou distribuční funkci.
- Formulujte termodynamický dopravní model.
- Jakým způsobem lze v modelu Metropolis detekovat termální rovnováhu?
- Co je empirická hustota pravděpodobnosti pro rozestupy mezi vozidly v dopravním proudu? Jakými postupy se získává? Jaké jsou její nedostatky?
- Popište metodiku pro detekci optimální hodnoty parametru hustoty pravděpodobnosti pro rozestupy mezi vozidly.
- Zkoumejte průběh funkce  $\wp_\beta(r) = \theta(r)A e^{-\frac{\beta}{r}} e^{-Dr}$ .
- Diskutujte změny termálního parametru s hustotou provozu.