





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

1.

- 1. Definujte pojmy:
  - mocninná řada a její obor konvergence
  - metrika generovaná normou
  - třídy funkcí  $\Omega_0$  a  $\Omega_q$  příslušné operátoru  $\hat{L}$  a jejich základní vlastnosti
  - kanonická matice přidružená k matici  $\mathbb{A}$
- 2. Stanovte signatury kvadriky  $x^2 + y^2 - z^2 - 2w = 0$ .
- 3. Vyslovte a dokažte větu o ekvivalentnosti konvergence posloupnosti ve dvou různých Hilbertových prostorech.
- 4. Vyslovte a dokažte zákon setrvačnosti kvadratických forem. Zformulujte také jeho bezprostřední důsledek.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 2.

- 1. Definujte pojmy:
  - diferenciální rovnice se separovanými proměnnými
  - střed kvadriky
  - elipsoid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - spočetná a nespočetná množina
- 2. Vyslovte a dokažte větu o nutné podmínce pro stejnoměrnou konvergenci řad funkcí.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o počtu limit posloupnosti v obecném metrickém prostoru.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o metrice generované normou.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

### 3.

- 1. Definujte pojmy:
  - posloupnost funkcí a její limita
  - exaktní diferenciální rovnice
  - dvoudílný hyperboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - norma generovaná skalárním součinem
- 2. Vyslovte a dokažte větu o integračním faktoru.
- 3. Vyslovte větu o poloměrech konvergence mocninných řad  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  a  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n x^n)'$ . Tvrzení dokažte na základě předpokladu, který vystupuje ve větě o výpočtu poloměru konvergence mocninné řady.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o záměně limity  $\lim_{x \rightarrow c}$  a sumy ve výrazu  $\lim_{x \rightarrow c} \sum_{n=1}^{\infty} g_n(x)$ . Jak je možno zeslabit předpoklady věty, pokud se chystáme zaměnit operace ve výrazu  $\lim_{x \rightarrow c+} \sum_{n=1}^{\infty} g_n(x)$ ?
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

4.

- 1. Definujte pojmy:
  - obor konvergence posloupnosti funkcí
  - homogenní diferenciální rovnice
  - rovnoběžné a imaginární rovnoběžné roviny (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - cauchyovská posloupnost prvků v množině
- 2. Vyslovte a dokažte Taylorovu větu (o koeficientech Taylorovy řady).
- 3. Vyslovte a dokažte větu o vztahu pozitivní definitnosti kvadratické formy a vlastních číslech její matice.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 5.

- 1. Definujte pojmy:
  - bodová a stejnoměrná konvergence posloupnosti funkcí (rozdíl podrobně vysvětlete pomocí obrázku)
  - wronskián
  - okolí a redukované okolí bodu při zadané metrice
  - konvergence podle normy
- 2. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti součtu mocninné řady na intervalu konvergence. Která věta toto tvrzení rozšiřuje?
- 3. Vyslovte a dokažte větu o vztahu cauchyovské a konvergentní posloupnosti.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

6.

- 1. Definujte pojmy:
  - řada funkcí a její součet
  - lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty
  - rovnoběžky a imaginární rovnoběžky (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - vnitřní bod množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o řešení exaktní diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte větu o rozšíření jednodimenzionální metriky na vícedimenzionální. Diskutujte její aplikaci při zavedení skokové metriky.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

7.

- 1. Definujte pojmy:
  - bodová a stejnoměrná konvergence řady funkcí
  - charakteristický polynom lineární diferenciální rovnice
  - imaginární kužel (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - hromadný a izolovaný bod množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o snížení řádu diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o záměně limity a sumy.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022



vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

8.

- 1. Definujte pojmy:
  - majorantní řada funkcí
  - fundamentální systém řešení diferenciální rovnice
  - eliptický válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - definujte množinu  $C^n(I)$  a diskutujte jaké příjemné vlastnosti tato třída má
- 2. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti limitní funkce u posloupnosti funkcí.
- 3. Vyslovte a komentujte Abelovo a Dirichletovo kritérium.
- 4. Vyslovte a dokažte základní větu teorie diferenciálních rovnic (o dimenzi  $\Omega_0$ ). Vysvětlete, proč je tato věta nejdůležitější teoretickou větou celé teorie.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 9.



- 1. Definujte pojmy:
  - Lagrangeův zbytek
  - Eulerova diferenciální rovnice
  - hyperbolický paraboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - úplný metrický prostor (příklady a protipříklady)
- 2. Vyslovte a dokažte větu o středu kvadriky.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o podprostoru

$$[e^{\alpha x}, xe^{\alpha x}, x^2 e^{\alpha x}, \dots, x^{k-2} e^{\alpha x}, x^{k-1} e^{\alpha x}]_{\lambda}$$

prostoru všech řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty.

- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 10.

- 1. Definujte pojmy:
  - poloměr konvergence mocninné řady
  - vzdálenost dvou množin (při dané metrice)
  - regulární kvadrík
  - hraniční bod množiny
- 2. Dokažte větu o tvaru partikulárního řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty s polynomickou pravou stranou.
- 3. Vyslovte a dokažte Bolzano-Cauchyovu podmínku pro stejnoměrnou konvergenci posloupnosti funkcí.
- 4. Vyslovte a dokažte Abelovu větu o spojitosti součtové funkce v krajních bodech oboru konvergence.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 11.

- 1. Definujte pojmy:
  - Taylorova řada funkce
  - bilineární forma, její maticový zápis a její vlastnosti
  - otevřená a uzavřená množina
  - operátor připouštějící triviální snížení řádu
- 2. Vyslovte a dokažte srovnávací kritérium pro řady funkcí a vysvětlete, proč je Weierstrassovo kritérium jeho speciálním případem.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o Taylorově vzorci a tvaru Lagrangeova zbytku.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti skalárního součinu.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 12.

- 1. Definujte pojmy:
  - analytická funkce (Která funkce není analytická? Uveďte konkrétní příklad a diskutujte proč tomu tak je.)
  - rozšířená kvadratická forma a její matice
  - imaginární elipsoid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - derivace množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o metodě variace konstant.
- 3. Popište postup při praktické aplikaci metody variace konstant. Odkud je tento postup odvozen?
- 4. Vyslovte a dokažte větu o záměně sumy a integrálu pro řady funkcí.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 13.

- 1. Definujte pojmy:
  - imaginární válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - souvislá množina
  - kladný, záporný a nulový index setrvačnosti
  - soustava diferenciálních rovnic prvního řádu a k ní příslušná Cauchyova úloha
- 2. Dokažte větu o existenci a jednoznačnosti řešení Cauchyovy úlohy pro diferenciální rovnici s nenulovou pravou stranou.
- 3. Dokažte jedno vámi vybrané tvrzení. Buď

$$f_n(x) \stackrel{\langle a,b \rangle}{\rightrightarrows} f(x) \Rightarrow f_n(x) \xrightarrow{\Omega} f(x),$$



nebo

$$f_n(x) \xrightarrow{\Omega} f(x) \Rightarrow f_n(x) \stackrel{\langle a,b \rangle}{\rightrightarrows} f(x).$$

Na závěr ještě doplňte, co představuje symbol  $\Omega$ , tj. o konvergenci na jaké množině/prostoru se jedná. Pozn.  $\rightarrow$  je symbol konvergence podle normy. Neopomeňte oba druhy konvergence definovat.

- 4. Stanovte signatury kvadriky  $xy + xz + yz = 0$ .
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 14.

- 1. Definujte pojmy:
  - Taylorův vzorec (důkladně rozeberte)
  - kvadratická forma, její maticový zápis a některé vlastnosti
  - metrika (obecně)
  - omezená množina
- 2. Odvodte řešení rovnice se separovatelnými proměnnými aplikací obecného řešení exaktní diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte a dokažte Abelovo lemma.
- 4. Ukažte, jak lze lineární diferenciální rovnici  $\hat{L}(y) = 0$  převést na soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu. K čemu takový převod slouží?
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 15.

- 1. Definujte pojmy:
  - prehilbertovské prostory funkcí
  - hyperbolický válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - vzdálenost bodu od množiny při zadané metrice
  - význam symbolu  $C(M)$
- 2. Dokažte, že předpis
 
$$\int_a^b f(x)g(x)w(x) dx$$
 zadává na prostoru spojitých funkcí na intervalu  $\langle a, b \rangle$  skalární součin. Jaké předpoklady kladete na pevně zvolenou váhu  $w(x)$ ?
- 3. Vyslovte a dokažte větu o obecném tvaru řešení lineární diferenciální rovnice.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o výpočtu poloměru konvergence mocninné řady.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022



vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

16.

- 1. Definujte pojmy:
  - Eulerův diferenciální operátor
  - signatury kvadriky
  - ekvivalentní normy
  - Hilbertův prostor
- 2. Vyslovte a dokažte základní větu teorie mocninných řad (o stejnoměrné konvergenci).
- 3. Vyslovte a dokažte Schwarzovu-Cauchyovu-Buňakovského nerovnost.
- 4. Vyslovte existenční větu pro soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 17.



- 1. Definujte pojmy:
  - kužel (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - Cauchyova úloha pro lineární diferenciální rovnici
  - oblast a kompaktní množina
  - monom a centrováný monom
- 2. Vyslovte a dokažte Bolzano-Cauchyovu podmínku pro stejnoměrnou konvergenci řad funkcí.
- 3. Vyslovte a komentujte věty o partikulárním řešení lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty se speciálními pravými stranami.
- 4. Proč předpis

$$\int_a^b f(x)g(x) dx$$

nezadává na prostoru po částech spojitých funkcí na intervalu  $\langle a, b \rangle$  skalární součin? Vyslovte také definici po částech spojitě funkce.

- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 18.



- 1. Definujte pojmy:
  - normální a kanonický tvar kvadratické formy
  - parabola (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - $\rho_p$ -metrika
  - konečná a nekonečná množina
- 2. Vyslovte a dokažte větu o záměně limity a integrálu u posloupnosti funkcí.
- 3. Vyslovte návod na řešení Eulerovy diferenciální rovnice.
- 4. Dokažte, že předpis

$$\|f\|_\sigma := \max_{x \in \langle a, b \rangle} |f(x)|$$

zadává normu na  $\mathcal{V} = C(\langle a, b \rangle)$ .

- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 19.

- 1. Definujte pojmy:
  - Bernoulliho diferenciální rovnice
  - polární báze kvadratické formy
  - různoběžné roviny a imaginární různoběžné roviny (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - Nechť  $A, B$  jsou libovolné množiny. Jak se definuje kartézský součin  $A \times B$ ?
- 2. Vyslovte a dokažte větu o závislých funkcích a jejich wronskiánu.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o polární bázi.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o limitě Lagrangeova zbytku, v níž se v předpokladech objevuje požadavek na omezenost derivací  $f^{(n)}(x)$ .
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

20.

- 1. Definujte pojmy:
  - zúžení a rozšíření řešení diferenciální rovnice – Proč se tyto dva pojmy v teorii zavádějí?
  - signatura kvadratické formy
  - $\sigma$ –metrika
  - oddělené a disjunktní množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o obecném (nelineárním) řešení homogenní diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte a komentujte zákon setrvačnosti kvadratických ploch a jeho důsledek.
- 4. Zformulujte tzv. supremální kritérium pro řady funkcí a diskutujte, na kterém významném tvrzení je založen jeho důkaz. Vysvětlete jednostrannost tohoto kritéria. Nezaměňte se supremálním kritériem pro posloupnosti funkcí.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 21.

- 1. Definujte pojmy:
  - kvadratická funkce a kvadratika (vlastnosti)
  - hyperbola (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - síťová metrika
  - diferenciální rovnice  $f(x, y) + g(x, y)y' = 0$  a její formální řešení (Jakým způsobem byl odvozen jeho tvar? Podrobně rozeberte!)
- 2. Vyslovte a dokažte větu o principu superpozice.
- 3. Vyslovte Sylvestrovo kritérium.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o nezávislých funkcích a jejich wronskiánu.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 22.

- 1. Definujte pojmy:
  - lineární diferenciální rovnice řádu  $n$
  - typy definitností kvadratických forem
  - elipsa a imaginární elipsa (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - norma



- 2. Vyslovte a dokažte větu o podprostoru

$$[1, x, x^2, \dots, x^{k-2}, x^{k-1}]_{\lambda}$$

prostoru všech řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty.

- 3. Vyslovte a dokažte kritérium analytičnosti, tj. větu o konvergenci Taylorovy řady k výchozí funkci.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 23.

- 1. Definujte pojmy:
  - základní kroky při konstrukci Taylorovy řady. Postup demonstřujte na konstrukci Taylorovy řady funkce  $h(x) = x \ln(x)$  v bodě  $c = 1$ .
  - různoběžky a imaginární různoběžky (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - úhel dvou vektorů v prehilbertovském prostoru  $\{\mathcal{V}, \langle \cdot | \cdot \rangle\}$
- 2. Dokažte, že pro množinu o konečném počtu prvků implikuje bodová konvergence posloupnosti konvergenci stejnoměrnou.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o normě generované skalárním součinem.
- 4. Vyslovte a komentujte větu o záměně derivace a limity pro posloupnosti funkcí.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022



vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 24.

- 1. Definujte pojmy:
  - diferenciální operátor řádu  $n$  a jeho vlastnosti
  - typy excentricity kvadratických forem
  - parabolický válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - skalární součin + příklady (včetně funkcionálních skalárních součinů)
- 2. Vyslovte a dokažte supremální kritérium pro posloupnosti funkcí.
- 3. Dokažte elementární vlastnost operátoru  $\hat{L}$ . Zformulujte příslušný důsledek o prostorech  $\Omega_0$  a  $\Omega_q$ .
- 4. Vyslovte a dokažte větu o záměně sumy a derivace pro řady funkcí.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.







Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

25.

- 1. Definujte pojmy:
  - jednodílný hyperboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
  - triviální a skoková metrika
  - uspořádané vektorové spektrum bilineární/kvadratické formy
- 2. Dokažte větu o tvaru partikulárního řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty s pravou stranou rovnou výrazu  $P(x)e^{\alpha x}$ , kde  $P(x)$  je polynom.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti součtu řady funkcí.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01ANB3/01MAB3 (akademický školní rok 2021/2022)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2022

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

26.

- 1. Definujte pojmy:
  - normální a kanonický tvar kvadriky
  - konvergence prvků v množině
  - eliptický paraboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
- 2. Dokažte, že posloupnost  $(e^{-nx})_{n=1}^{\infty}$  konverguje podle normy v prostoru  $C_0((0, +\infty))$ , kde je norma generována skalárním součinem tvaru

$$\langle f|g \rangle := \int_0^{\infty} f(x)g(x)e^{-x} dx.$$

Symbol  $C_0((0, +\infty))$  označuje množinu všech spojitých a omezených funkcí na intervalu  $(0, +\infty)$ .

- 3. Vyslovte Pythagorovu větu a rovnoběžníkovou rovnost. Obě dokažte.
- 4. Vyslovte a komentujte větu o fundamentálním systému rovnice s konstantními koeficienty.
- Studenti předmětu **01ANB3** budou kromě výše uvedených otázek navíc zodpovídat také 2 otázky (jednu definici a jednu větu) ze seznamu na straně č. 27.



## Dodatkové otázky z předmětu 01ANB3

1. limita funkce více proměnných a limita vzhledem k množině (vztah mezi nimi)
2. definiční obor a obor hodnot funkce
3. obraz a vzor množiny při zobrazení  $f(\vec{x})$
4. graf funkce
5. parciální limita funkce  $f(\vec{x})$
6. spojitost funkce víceproměnných a spojitost vzhledem k množině (vztah mezi nimi)
7. množina hustá v Hilbertově prostoru
8. Kdy řekneme, že Hilbertův prostor je separabilní?
9. třída funkcí  $\mathcal{L}_2(G)$
10. ortogonální systém a úplný ortogonální systém
11. Fourierovy koeficienty a Fourierova řada prvku  $\vec{x}$
12. konvergence řady v Hilbertově prostoru
13. báze v Hilbertově prostoru
14. trigonometrická báze v  $\mathcal{L}_2(0, 2\pi)$
15. věta o dědičnosti limity a její důkaz
16. věta o parciální limitě (bez důkazu)
17. Heineova věta o limitě a její důkaz
18. věta o limitě součtu dvou funkcí a její důkaz
19. Heineova věta o spojitosti a její důkaz
20. důkaz tvrzení, že na  $\mathcal{L}_2(G)$  je dobře definovaný skalární součin
21. věta o jednoznačnosti a její důkaz
22. dokažte základní větu teorie Fourierových řad (znění je níže)
23. vyslovte bezprostřední důsledek základní věty teorie Fourierových řad
24. věta o Besselově nerovnosti a její důkaz
25. věta o Parsevalově rovnosti a její důkaz
26. Dokažte implikaci: Je-li ortogonální systém prvků  $\{\vec{x}_n : n \in \mathbf{N}\}$  úplný v  $\mathcal{H}$ , pak pro každé  $\vec{x} \in \mathcal{H}$  konverguje příslušná Fourierova řada (konstruovaná podle systému  $\{\vec{x}_n : n \in \mathbf{N}\}$ ) právě k prvku  $\vec{x}$ .
27. Dokažte implikaci: Konverguje-li Fourierova řada každého prvku  $\vec{x} \in \mathcal{H}$  (konstruovaná podle systému  $\{\vec{x}_n : n \in \mathbf{N}\}$ ) právě k prvku  $\vec{x}$ , pak je ortogonální systém prvků  $\{\vec{x}_n : n \in \mathbf{N}\}$  úplný v  $\mathcal{H}$ .

---

Nechť  $\{\vec{x}_n : n \in \mathbf{N}\}$  je ortogonální systém prvků v Hilbertově prostoru  $\mathcal{H}$ ,  $\vec{x} \in \mathcal{H}$ ,  $k \in \mathbf{N}$ ,  $a_k \in \mathbf{C}$  a  $T_n = \sum_{k=1}^n a_k \vec{x}_k$ . Nechť  $c_k$  jsou Fourierovy koeficienty prvku  $\vec{x} \in \mathcal{H}$  podle zadaného ortogonálního systému. Potom platí:

$$\|\vec{x} - T_n\|^2 = \|\vec{x}\|^2 - \sum_{k=1}^n |c_k|^2 \|\vec{x}_k\|^2 + \sum_{k=1}^n |c_k - a_k|^2 \|\vec{x}_k\|^2.$$

Pro  $m, p \in \mathbf{N}$  je

$$\left\| \sum_{k=m+1}^{m+p} a_k \vec{x}_k \right\|^2 = \sum_{k=m+1}^{m+p} |a_k|^2 \|\vec{x}_k\|^2.$$

Neopomeňte si připomenout základní pojmy z předešlých semestrů. Speciálně prostudujte níže uvedené pojmy, věty a postupy.

1. limita, spojitost a derivace funkce jedné proměnné (definice a vztahy)
2. vektorový prostor, jeho báze a dimenze
3. podprostor vektorového prostoru
4. vlastní čísla matic, spektrum
5. jádro operátoru
6. lineární varieta a její zaměření
7. ortogonální doplněk podprostoru  $\mathcal{V}$  do prostoru  $\mathcal{W}$
8. učivo o kvadratických formách (z algebry)