

Katedra matematiky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze										CELKEM
Jméno a příjmení studenta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Zkouškový test č. 4 z předmětu 01ANB3

30/1/2024, 9:30 — 10:45

Všechny úlohy jsou dvoubodové.

Celkové hodnocení: $\langle 17, 18 \rangle \mapsto \mathbf{A}$; $\langle 16, 17 \rangle \mapsto \mathbf{B}$; $\langle 15, 16 \rangle \mapsto \mathbf{C}$; $\langle 14, 15 \rangle \mapsto \mathbf{D}$; $\langle 12, 14 \rangle \mapsto \mathbf{E}$; $\langle 0, 12 \rangle \mapsto \mathbf{F}$;

1 Rozhodněte (a přímo zde v zadání zakroužkujte), ze kterého z následujících výroků vyplývá, že funkce $f(\vec{x})$ má v bodě $\vec{a}$ totální diferenciál.

- funkce $f(\vec{x})$ je spojitá na jistém okolí $\mathcal{U}_\delta(\vec{a})$; vyplývá / nevyplývá
- funkce $f(\vec{x})$ má v bodě $\vec{a}$ symetrickou Hessovu matici; vyplývá / nevyplývá
- funkce $f(\vec{x})$ je třídy $C^3(\mathcal{U}_\delta(\vec{a}))$ na jistém okolí $\mathcal{U}_\delta(\vec{a})$; vyplývá / nevyplývá
- funkce $f(\vec{x})$ má v bodě $\vec{a}$ všechny parciální derivace; vyplývá / nevyplývá
- funkce $f(\vec{x})$ je analytická v bodě $\vec{a}$; vyplývá / nevyplývá

0 chyb $\Rightarrow$ 2 body
1 chyba $\Rightarrow$ 1 bod
jinak $\Rightarrow$ 0

2 Jakého tvaru je prostor Ω_0 pro operátor

$$\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2x-2}{x} \frac{d}{dx} - \frac{2x-2}{x^2} ?$$

rovně $x \in \Omega_0$
 $\Rightarrow$ snížit řád: $y/x = x \cdot u(x)$

$$\Omega_0 = [x, x e^{-2x}]_\lambda$$

3 V $\mathbb{R}^2$ jsou dány tři metriky

$$\varrho_A(\vec{x}, \vec{y}) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|, \quad \varrho_B(\vec{x}, \vec{y}) = \lceil |x_1 - y_1| \rceil + |x_2 - y_2|, \quad \varrho_C(\vec{x}, \vec{y}) = \lceil |x_2 - y_2| \rceil + |x_1 - y_1|.$$

Pro které z nich jsou množiny $X = \langle 0, 2 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle$ a $Y = (2, 5) \times \langle 0, 1 \rangle$ oddělené? Svou odpověď zakroužkujte přímo zde:

- ☐ pro všechny uvedené,
- ☐ jen pro A, B;
- ☐ jen pro A, C;
- ☐ jen pro B, C;
- ☐ jen pro A;
- ☒ jen pro B;
- ☐ jen pro C;
- ☐ pro žádnou.

2 body jen za správný výsledek

4 Kdy prohlásíme, že je prostor úplný? A jakého typu prostoru se toto prohlášení týká? (prehilbertovského/normovaného/metrického)

✓ metrický prostor
✓ každá Cauchyovská posloupnost je v něm i konvergentní!

5 Jakého typu je diferenciální rovnice

$$y' = -\frac{4xy(y^2 + x^2)}{x^4 + y^4 + 6x^2y^2} ?$$

Své odpovědi **zakroužkujte přímo zde** v zadání:

- Bernoulliho rovnice; ano / **ne**
- rovnice se separovanými proměnnými; ano / **ne**
- exaktní rovnice; **ano** / ne
- rovnice řešitelná metodou integračního faktoru; ano / **ne**
- homogenní rovnice; **ano** / ne

0 chyb $\Rightarrow$ 2 body
1 chyba $\Rightarrow$ 1 bod
jinak $\Rightarrow$ 0

6 Vyslovte definici směrové parciální derivace.

1 bod za vzhled

1 bod za: $U_{\vec{\delta}}(\vec{a}) \in \text{Dom}(f)$ & $\vec{\delta} \neq \vec{0}$ & limita musí být $\in \mathbb{R}$

7 Pro jaké varianty je předpis

$$(y_1, y_2) \begin{pmatrix} 2 & \beta \\ \alpha & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha \stackrel{!}{=} \beta \wedge \beta \in (-4, 4)$$

skalárním součinem v $\mathbb{R}^2$?

8 Vysvětlete, proč je v důkazu věty o spojitosti součtové funkce mocninné řady nezbytné použít základní větu teorie mocninných řad.

9 Velice krátce a populárně vysvětlete, jakým problémem se zabývá věta o variaci konstant. Uveďte také, na jaké typy rovnic ji **nelze** použít.

↓
používáme SK k použití věty o spojitosti součtové funkce stejných řad $\sum f_n(x)$

- ↓
nelze užit na nelineárních rovnice
- ukazuje, jak hledat partikulární řešení na základě znalosti určité FS, tj. všech řešení rovnice s nulovou pravou stranou