Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
✍		**12. ledna 2021, 9:30 – 11:00**

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně).
Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15.

1. Dokončete tvrzení a poté ho dokažte:

$$q(\vec{x}) = \vec{x}^{\mathsf{T}}\mathbb{A}\vec{x} \quad \wedge \quad q(\vec{x}) \lhd 0 \quad \Rightarrow \quad \forall \lambda \in \sigma(\mathbb{A}) : \underline{\hspace{3cm}}$$

   Symbol $\lhd$ představuje negativní definitnost.

2. Dokažte, že každá Cauchyova úloha pro lineární diferenciální rovnici má řešení. Pro důkaz již předpokládejte, že máte k dispozici fundamentální systém dané rovnice. V rámci důkazu vyslovte definici Cauchyovy úlohy.

3. Je zobrazení

$$\varrho(\vec{a}, \vec{b}) = |a_1 - 2b_1| + |a_2 - 2b_2|$$

   metrikou v $\mathbf{R}^2$?

4. Kdy řekneme, že kvadratická plocha $Q(\vec{x}) = \vec{x}^{\mathsf{T}}\mathbb{A}\vec{x} - 2\vec{b}^{\mathsf{T}}\vec{x} + c$ je regulární?

5. Proč není předpis

$$\int_0^4 x f(x) g(x)\,\mathrm{d}x$$

   skalárním součinem na prostoru všech (tedy i nespojitých) funkcí definovaných alespoň na intervalu $\langle 0, 4\rangle$?

6. Minimalistickým zápisem (pouze za pomocí symbolů beze slov) přepište následující výrok:

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists n_0 \in \mathbf{N}) : \quad n > n_0,\ p \in \mathbf{N},\ x \in \langle -\pi, \pi\rangle \Rightarrow \left| \sum_{k=0}^{p} \frac{\sin(nx + kx)}{(n+k)^2} \right| < \varepsilon.$$

7. Jaké tvrzení se skrývá za označením Věta o superpozici?

8. Vyslovte Weierstrassovo kritérium pro funkční řady a jeho aplikaci demonstrujte na řadě

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-nx}}{n^2}$$

   a množině $A = \langle 0, +\infty)$

9. Najděte funkci, pro níž

$$g^{(k)}(0) = (2k+2)!!, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots),$$

   nebo alespoň naznačte postup, jak hledanou funkci najít.

Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
✍		19. ledna 2021, 9:30 – 11:00

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně). Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15.

1. Vyslovte a dokažte základní větu o stejnoměrné konvergenci mocninné řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. V důkaze neopomeňte, že koeficienty a_n mohou být i záporná čísla.
2. Dokažte jedno vámi vybrané tvrzení. Buď

$$f_n(x) \overset{\langle a,b\rangle}{\rightrightarrows} f(x) \quad \Rightarrow \quad f_n(x) \overset{\Omega}{\rightharpoonup} f(x),$$

nebo

$$f_n(x) \overset{\Omega}{\rightharpoonup} f(x) \quad \Rightarrow \quad f_n(x) \overset{\langle a,b\rangle}{\rightrightarrows} f(x).$$

Na závěr ještě doplňte, co představuje symbol Ω, tj. o konvergenci na jaké množině/prostoru se jedná.
3. Předveďte aplikaci metody variace konstant na řešení rovnice

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

4. Nalezněte střed kvadriky

$$-4xy + 4xz + 4x + 4y^2 - 4yz + 4y + z^2 - 12z - 5 = 0.$$

5. Co je jádrem operátoru $\hat{L} = \frac{d^2}{dx^2} + 9$?
6. Jaký je integrační faktor rovnice

$$xy' + (3 - x)y = x^4 \quad ?$$

Jeho tvar maximálně zjednodušte!
7. Co je součtovou funkcí řady $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ a jaký je její definiční obor?
8. Vykreslete okolí bodu $(0,0)$ o poloměru $\varepsilon = 2$ při metrice

$$\varrho(\vec{x},\vec{y}) = \sqrt{|x_1 - y_1|} + \sqrt{|x_2 - y_2|}.$$

Nalezněte alespoň jeden hraniční bod okolí $\mathcal{U}_\varepsilon(0,0)$ z oběma celočíselnými a nenulovými souřadnicemi. Při náčrtu obrázku dobře uvažte, zda je uvedené okolí konvexní nebo konkávní množinou.
9. Vyslovte definici hraničního bodu v metrickém prostoru $\{E,\varrho\}$.

Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
✍		**25. ledna 2021, 9:30 – 11:00**

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně). Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2. Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15.

1. Vyslovte a dokažte větu o tvaru formálního řešení exaktní diferenciální rovnice. Tuto rovnici také správně definujte.
2. Dokažte větu o záměně integrálu a limity pro funkční posloupnosti. Znění věty precizně zformulujte!
3. Krok za krokem sestavte Maclaurinovu řadu funkce $g(x) = \mathrm{e}^{-ax}$ $(a > 0)$. Nevyužívejte žádných známých rozvojů. Užijte pouze definice Taylorovy řady a věty o koeficientech Taylorovy řady. Jaký je obor konvergence nalezené řady?
4. V Hilbertově prostoru funkcí $\mathcal{H} = [1, x^2]_\lambda$ nalezněte alespoň jednu nenulovou funkci kolmou k funkci $y(x) = x^2$.
5. Doplňte tvrzení tak, aby bylo pravdivé
$$x^2\mathrm{e}^{-3x} \in \Omega_0 \;\wedge\; \text{operátor } \hat{L} \text{ je } \underline{\hspace{6cm}} \quad\Rightarrow\quad x\mathrm{e}^{-3x} \in \Omega_0.$$
6. Je dán metrický prostor $\{\mathbf{R}^r, \varrho\}$ s metrikou generovanou pomocí normy a v něm množina $D \subset \mathbf{R}^r$ a bod $\vec{a} \in \mathbf{R}^r$. Jakou vlastnost bodu $\vec{a}$ popisuje následující výrok?
$$(\exists\delta > 0)(\forall\vec{x} \in \mathbf{R}^r): \quad \|\vec{x} - \vec{a}\| < \delta \;\Rightarrow\; \vec{x} \in D.$$
7. Co je Schwarzova-Cauchyova-Buňakovského nerovnost?
8. Podle definice ukažte, že čtyřdimenzionální kvadratická forma
$$q(\vec{x}) = -4x_1^2 - x_3^2 - 9x_4^2$$
je negativně semidefinitní.
9. Rozhodněte, zda řada
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$
splňuje nutnou podmínku stejnoměrné konvergence na množině $A = (0, 1)$.

<table>
<tr><th colspan="3">Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3
(akademický školní rok 2020/2021)</th></tr>
<tr><td>Jméno a příjmení studenta</td><td>Hodnocení rozstřelu</td><td>Datum a čas testu</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>2. února 2021, 9:30 – 11:00</td></tr>
</table>

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně).
Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15.

1. Vyslovte a dokažte Schwarzovu-Cauchyovu-Buňakovského nerovnost.
2. Vyslovte a dokažte větu o středu kvadriky. V rámci důkazu také vyslovte definici středu, aby bylo jasné, z čeho důkaz vychází.
3. Nechť $\epsilon = 1/5$. Leží funkce x v ϵ–okolí funkce x^2 ? Uvažujte Hilbertův prostor funkcí $\mathcal{H} = [1, x, x^2]_\lambda$ se skalárním součinem $\int_0^1 f(x)g(x)\,\mathrm{d}x$.
4. Je diferenciální rovnice
$$y'(xy^2 + x^2y) = \sqrt{x^6 + y^6}$$
homogenní? Rozhodněte podle definice a svoje rozhodnutí zdůvodněte.
5. Jednoduchým způsobem ukažte, že řada
$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(4n)!!}$$
nekonverguje na $(0, +\infty)$ stejnoměrně.
6. Krok za krokem sestavte Taylorovu řadu funkce $g(x) = \ln(1 + 2x)$ se středem v bodě $x_0 = 1$. Nevyužívejte žádných známých rozvojů. Užijte pouze definice Taylorovy řady a věty o koeficientech Taylorovy řady. Jaký je obor konvergence nalezené řady?
7. Pro rovnici $y''' + 6y'' + 9y' = 27$ určete, co je Ω_0, Ω_q, a co je fundamentální systém.
8. Za jakých podmínek lze ve výrazu
$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)\right)'$$
zaměnit pořadí operací? A na jaké množině se tak může stát?
9. Kdy řekneme, že je posloupnost cauchyovská? A na jakém typu prostoru se tento pojem zavádí?

Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
✍		**10. února 2021, 9:30 – 11:00**

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně).
Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15.

1. Vyslovte a dokažte větu o normě generované skalárním součinem.
2. Dokažte větu o tvaru partikulárního řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty s pravou stranou rovnou výrazu $P(x)\mathrm{e}^{\alpha x}$, kde $P(x)$ je polynom. V důkaze využijte platnosti analogické věty, v níž je pravou stranou pouze polynom. Tuto druhou větu nedokazujte.
3. Určete obě signatury 4-dimenzionální kvadriky $x^2 - 2xy - 4yz - w^2 = -1$.
4. Zapište, jaká vlastnost se skrývá pod pojmem spojitost skalárního součinu.
5. Řada $\sum_{n=1}^{\infty} b_n x^n$ má poloměr konvergence $\mathrm{R} = 12$. Jaký poloměr konvergence má řada
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{b_{n+1}} x^n?$$
6. Jaký tvar má Bernoulliho diferenciální rovnice? A jak se řeší? Ukažte podrobný návod.
7. Ukažte, že v Hilbertově prostoru funkcí lze na základě známých hodnot $\langle f|f\rangle$, $\langle g|g\rangle$, a $\langle f|g\rangle$ jednoznačně určit vzdálenost funkcí $f(x)$ a $g(x)$. Tuto vzdálenost vypočítejte pro hodnoty
$$\langle f|f\rangle = 1, \quad \langle g|g\rangle = 3, \quad \langle f|g\rangle = -1 + 2\mathrm{i}.$$
8. Minimalistickým zápisem (pouze za pomocí symbolů beze slov) přepište následující výrok:
$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists n_0 \in \mathbf{N}) : \quad p > n_0,\ x \in \langle -13, 13\rangle \Rightarrow \left|\sum_{k=0}^{p} h_k(x) - x\mathrm{e}^{-x}\right| < \varepsilon.$$
9. Vyslovte Weierstrassovo kritérium pro funkční řady a vysvětlete, zda lze pomocí něj rozhodnout o stejnoměrné konvergenci řady
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n \cdot 2^n} \quad \text{na intervalu} \quad \langle 0, 2\rangle.$$

Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3
(akademický školní rok 2020/2021)

Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
		18. února 2021, 9:30 – 11:00

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně). Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15.

1. Vyslovte podmínky pro záměnu

$$\lim_{k\to\infty}\int_a^b g_k(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b \lim_{k\to\infty} g_k(x)\,\mathrm{d}x$$

   a své tvrzení dokažte.

2. Vyslovte a dokažte větu o integračním faktoru. Z výsledného řešení odvoďte, co je fundamentálním systémem zkoumané rovnice.
3. Jak zní definice kompaktní množiny?
4. Určete obě signatury 4-dimenzionální kvadriky $Q(x,y,z,w) = x^2 - 4xy + 5y^2 - 2w = 0$.
5. Pokud mají výroky

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists m > 0)(\forall x \in A)(\forall n \in \mathbf{N} \setminus \hat{m}) : \left|\sum_{i=1}^{n} g_i(x) - x^2\right| < \varepsilon.$$

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \ell > 0)(\forall x \in A)(\forall n \in \mathbf{N} \setminus \hat{\ell}) : |g_n(x) - ?| < \varepsilon.$$

   platit současně, co se nutně musí skrývat místo otazníku a proč?

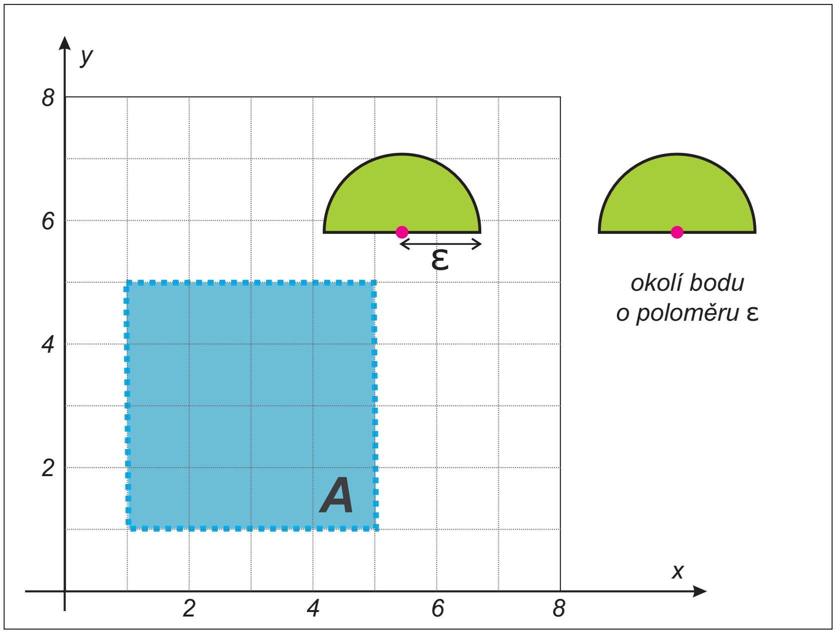
6. Vyslovte a dokažte větu o principu superpozice.
7. Určete vektorové spektrum kvadratické formy

$$q(x,y,z,w) = x^2 + 4xy + y^2 - 2z^2 + 2w^2.$$

8. Definujte Taylorův vzorec, Taylorův polynom a Lagrangeův zbytek. Co musí splňovat Lagrangeův zbytek, chceme-li aby daná funkce byla analytická?
9. V metrickém prostoru $\{\mathbf{R}^2, \varrho\}$ je dána množina

$$A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : |x-3| < 2 \ \wedge\ |y-3| < 2\}$$

   (viz obrázek na zadní straně zadání). Okolí vybraného bodu (o poloměru ε) má tvar polokruhu z obrázku o polomětu ε. Určete (a do obrázku vyznačte), zda má množina A nějaké hraniční body. Vyslovte také definici pojmu hraniční bod, aby bylo zřejmé, že uvedený pojem správně chápete.


y
8
6
4
2
A
ε
2
4
6
8
x
okolí bodu
o poloměru ε

Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
✍		**25. března 2021, 9:30 – 11:00**

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně).
Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15.

1. Dokažte, že předpis
$$\int_a^b f(x)g(x)w(x)\,\mathrm{d}x$$
zadává na prostoru spojitých funkcí na intervalu $\langle a, b\rangle$ skalární součin. Jaké předpoklady je nutno klást na váhu $w(x)$? Z důkazu by mělo být jasné, proč by pro nespojité funkce nefungoval.

2. Vyslovte a dokažte větu o podprostoru
$$[\mathrm{e}^{\alpha x}, x\mathrm{e}^{\alpha x}, x^2\mathrm{e}^{\alpha x}, \ldots, x^{k-2}\mathrm{e}^{\alpha x}, x^{k-1}\mathrm{e}^{\alpha x}]_\lambda \subset\subset \Omega_0.$$
Předpokládejte, že věta o podprostoru $[1, x, x^2, \ldots, x^{k-2}, x^{k-1}]_\lambda$ je již dokázána. Jakého typu musí být zkoumaná rovnice?

3. V metrickém prostoru $\mathbf{R}^3$ je zadána metrika
$$\varrho(\vec{x}, \vec{y}) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + 4(x_2 - y_2)^2 + 9(x_3 - y_3)^2}.$$
Jakého tvaru je okolí bodu $(0, 0, 0)$ o poloměru $\varepsilon = 6$? Tvar co nejpřesněji pojmenujte!

4. Za jakých podmínek lze ve výrazu
$$\int_\alpha^\beta \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)\,\mathrm{d}x$$
zaměnit pořadí operací?

5. Nechť je dána množina $G \subset \mathbf{R}^r$. Co představuje množina
$$\{\vec{x} \in \mathbf{R}^r : \forall \varepsilon > 0 \text{ platí, že } \mathcal{U}_\varepsilon(\vec{x}) \cap G \neq \emptyset \wedge \mathcal{U}_\varepsilon(\vec{x}) \setminus G \neq \emptyset\}\,?$$

6. Nalezněte jádro operátoru $\hat{L} = \frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}x^3} - 4\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + 13\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$.

7. Krok za krokem sestavte Maclaurinovu řadu funkce $g(x) = \operatorname{arctg}(ax)$, kde $a > 0$. Nevyužívejte žádných známých rozvojů. Užijte pouze definice Taylorovy řady a věty o koeficientech Taylorovy řady. Jaký je obor konvergence nalezené řady?

8. Co musejí splňovat koeficienty $a, b, c, r, s, t \in \mathbf{R}$, aby diferenciální rovnice
$$y'(ax^2 + bxy + cy^2) = rx^2 + sxy + ty^2$$
byla exaktní?

9. Jaký je střed kuželosečky $x^2 - 6xy + 2x + 8y^2 - 12y - 9 = 0\,$?

Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
		1. dubna 2021, 9:30 – 11:00

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně). Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15. Řešte je proto na samostatném papíře.

1. Vyslovte a dokažte základní větu o stejnoměrné konvergenci mocninné řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$.
2. Dokažte, že každá Cauchyova úloha pro lineární diferenciální rovnici má řešení. Pro důkaz již předpokládejte, že máte k dispozici fundamentální systém dané rovnice. **V rámci důkazu vyslovte definici Cauchyovy úlohy a fundamentálního systému.**
3. Jaký tvar má Lagrangeův zbytek v Taylorově vzorci? Vysvětlete význam všech symbolů, které se v něm vyskytují.
4. Vyslovte supremální kritérium pro posloupnosti funkcí.
5. O posloupnosti $(h_n(x))_{n=1}^{\infty}$ je známo, že
$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists m > 0)(\forall x \in \mathbf{R})(\forall n \in \mathbf{N} \setminus \hat{m}) : |h_1(x) + h_2(x) + \ldots + h_n(x) - x + 1| < \varepsilon.$$
$$(\forall n \in \mathbf{N})(\forall a \in \mathbf{R})(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x \in \mathcal{U}_\delta(a)) : |h_n(x) - h_n(a)| < \varepsilon.$$
Který z výrazů
$$\lim_{n\to\infty} \int_0^6 h_n(x)\,dx, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^6 h_n(x)\,dx$$
lze s výše uvedenými indiciemi vyčíslit? Vyčíslete a vysvětlete.
6. S pomocí definice rozhodněte, zda může vektor $\vec{u} = (1,1,0)$ ležet v polární bázi kvadratické formy
$$q(x,y,z) = x^2 - 4xy + 2xz + 2y^2 - 8yz.$$
Jaká je signatura této formy?
7. Nechť $\mathcal{V}$ je vektorový prostor všech integrabilních funkcí (ne nutně spojitých) na intervalu $\langle a,b\rangle$, kde $-\infty < a < b < \infty$. Představuje na něm předpis $\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{d}x$ skalární součin nebo ne?
8. Nalezněte fundamentální systém a alespoň jedno partikulární řešení diferenciální rovnice
$$y'''' - 6y''' + 10y'' = 60.$$
9. Vyslovte definici pojmu **konvergence podle normy.** Na jakém prostoru ho lze zavést?

Rozstřel zkoušky z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Jméno a příjmení studenta	Hodnocení rozstřelu	Datum a čas testu
✍		**10. května 2021, 9:30 – 11:00**

1. úkol	2. úkol	3. úkol	4. úkol	5. úkol	6. úkol	7. úkol	8. úkol	9. úkol

Vyřešte všechny úlohy. Alespoň šest z nich by mělo být vyřešeno správně (nebo víceméně správně). Mezi správně vyřešenými úlohami musejí být úlohy č. 1 a 2.
Řešení úloh č. 1 a 2 budete odevzdávat s předstihem v 10:15. Řešte je proto na samostatném papíře.

1. Dokažte, že každá Cauchyova úloha pro lineární diferenciální rovnici má řešení. Pro důkaz již předpokládejte, že máte k dispozici fundamentální systém dané rovnice. V rámci důkazu vyslovte definici Cauchyovy úlohy, aby bylo zřejmé, že víte, co dokazujete.
2. Vyslovte a dokažte Schwarzovu-Cauchyovu-Buňakovského nerovnost.
3. Jaký fundamentální systém má rovnice
$$xy' + 2(1+x^2)y = x^2 \quad ?$$
Jeho tvar maximálně zjednodušte!
4. Vyslovte Dirichletovo kritérium pro stejnoměrnou konvergenci řad funkcí.
5. Vyslovte **definici** pojmu negativní semidefinitnost kvadratické formy. Nezaměňte ji s větou!
6. Nechť je dána množina $G \subset \mathbf{R}^r$. Co lze říci o množině G, pro kterou je splněna rovnost
$$\{\vec{x} \in \mathbf{R}^r : \exists \varepsilon > 0 \text{ tak, že platí } \mathcal{U}_\varepsilon(\vec{x}) \subset G\} = G\,?$$
7. Krok za krokem sestavte Maclaurinovu řadu funkce
$$g(x) = \frac{1}{1+ax},$$
kde ($a > 0$). Nevyužívejte žádných známých rozvojů. Užijte pouze definice Taylorovy řady a věty o koeficientech Taylorovy řady. Jaký je obor konvergence nalezené řady?
8. Vykreslete okolí bodu $(0,0)$ o poloměru $\varepsilon = 6$, je-li zadán metrický prostor
$$\left\{\mathbf{R}^2;\ \varrho(\vec{x},\vec{y}) = 3|x_1 - y_1| + 2|x_2 - y_2|\right\}.$$
9. Vyslovte supremální kritérium pro posloupnosti funkcí a aplikujte ho na posloupnost
$$\left(\frac{x^n}{n^2}\right)_{n=1}^{\infty}, \quad M = \langle -1, 1\rangle.$$