

Katedra matematiky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze							CELKEM	
Příjmení a jméno	1	2	3	4	5	6		BONUS

Zkoušková písemná práce z předmětu 01MMDS – varianta 01

úterý 4. června 2019, 9:00–11:00

1 (10 bodů)

Pro obecně zadaný model TASEP sestavte předpis pro statistické rozdělení délek mezer mezi částicemi v ustáleném stavu. Vzorec poté specifikujte pro variantu modelu vyhovující podmínce komutativity a nalezněte jeho asymptotické chování pro velký počet buněk. Jaká je v tomto případě střední hodnota délky mezery? Výsledek maximálně zjednodušte.

2 (5 bodů)

Představte *termodynamický dopravní plyn* (v základním obrysu) a jeho charakteristiky (typy potenciálů, stochastická rezistivita). Co se u takového plynu rozumí pod pojmem *termální rovnováha*?

3 (10 bodů)

Odvoďte tvar headway distribuce (rozdělení mezer mezi sousedními částicemi) a statistické rigidity pro termodynamický dopravní plyn s nulovou hladinou stochastické rezistivity.

4 (15 bodů)

Na základě znalosti distribuce $p(r)$ prostorových světlostí r a užitím faktu, že rychlosti vozidel v jsou rozděleny gaussovsky odvoďte statistické rozdělení časových odstupů mezi sousedními vozidly. Výsledek upravte do tvaru řady a detekujte v něm hlavní člen. Dále dokažte, že zbylé členy lze v rozvoji chápat jako členy poruchové, tj. členy, jež se při normalizaci neprojeví. Náповěda:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^m e^{-\frac{(x-a)^2}{2b^2}} dx = \Theta(1 + (-1)^m) \frac{m! b^m}{m!!}.$$

5 (6 bodů)

Ukažte, jak lze v Lighthillově-Whithamově modelu z počáteční podmínky

$$\varrho(x, \tau = 0) =: \omega(x)$$

pro hustotní funkci $\varrho(x, \tau)$ získat počáteční podmínku $\eta(x) = \varphi(x, \tau = 0)$ pro funkci $\varphi(x, \tau)$, jejíž užití bylo při řešení úlohy vynuceno aplikací Cole-Hopfovy transformace.

6 (4 body)

Čemu se v teorii dopravy říká *fundamentální diagram*? A proč by se mělo spíše užívat termínu *fundamentální relace*?